

Universidad Politécnica de Cartagena  
E.T.S. Ingeniería Industrial  
Departamento de Ingeniería de Materiales y Fabricación



## Apuntes de Ingeniería de Fabricación

MANUEL ESTREMS AMESTOY

Cartagena, 2004



# Capítulo 1

---

## Índice general

<b>1. Índice general</b>	<b>3</b>
<b>2. Introducción a la Ingeniería de Fabricación</b>	<b>7</b>
2.1. Conceptos de Ciencia, Tecnología e Ingeniería . . . . .	7
2.2. Aproximación a la Ingeniería de Fabricación . . . . .	8
<b>3. Introducción a los procesos de mecanizado</b>	<b>11</b>
3.1. Introducción histórica . . . . .	11
3.2. Introducción . . . . .	13
3.3. Generación de superficies . . . . .	14
3.4. Formación de viruta . . . . .	15
3.5. Geometría de corte . . . . .	17
3.5.1. Influencia de los ángulos de corte en el funcionamiento . . . . .	21
3.6. Fuerzas de corte . . . . .	21
3.6.1. Energía específica de corte . . . . .	22
3.6.2. Fuerzas de fricción . . . . .	22
3.7. Temperaturas de corte . . . . .	24
3.8. Desgaste de herramientas . . . . .	25
3.9. Fluidos de corte . . . . .	26
3.10. Materiales de herramienta . . . . .	26
3.11. Maquinabilidad de materiales . . . . .	27
3.12. Rugosidad superficial . . . . .	27
3.13. Problemas de mecanizado . . . . .	28

<b>4. Planificación de la fabricación</b>	<b>33</b>
4.1. Introducción . . . . .	33
4.2. Partes de la planificación de procesos . . . . .	34
4.3. Estudio de la información geométrica del plano . . . . .	34
4.3.1. Numeración de superficies . . . . .	34
4.3.2. Análisis de las especificaciones de las superficies . . . . .	35
4.3.3. Análisis de la preforma . . . . .	35
4.4. Determinación de los volúmenes de mecanizado. Asociación de superficies . . . . .	36
4.5. Determinación de procesos y secuencia de mecanizado . . . . .	36
4.6. Selección de superficies de referencia y sujeción . . . . .	38
4.7. Selección de máquinas herramientas . . . . .	39
4.8. Selección de herramientas . . . . .	39
4.9. Establecimiento de los datos de corte . . . . .	40
4.10. Elección o diseño de utillaje . . . . .	40
4.10.1. Funciones del amarre . . . . .	41
4.10.2. Importancia de un buen diseño del amarre en fabricación . . . . .	41
4.11. Otras operaciones . . . . .	42
4.12. Cálculo de tiempos y costes de fabricación . . . . .	42
4.12.1. Tiempo de producción . . . . .	42
4.12.2. Coste de producción . . . . .	43
4.12.3. Eficiencia económica . . . . .	43
4.12.4. Selección de la velocidad de corte . . . . .	43
4.13. Economía de mecanizado . . . . .	44
<b>5. Diseño y análisis de utillajes de amarre</b>	<b>49</b>
5.1. Elección o diseño de utillaje . . . . .	49
5.1.1. Funciones del amarre . . . . .	50
5.1.2. Importancia de un buen diseño del amarre en fabricación . . . . .	50
5.1.3. Selección de factores a analizar . . . . .	50
5.1.4. Metodología del análisis . . . . .	51
5.2. Estudio de la precisión de la operación de la operación . . . . .	52
5.2.1. Posicionamiento real de las superficies de referencia . . . . .	53
5.2.2. Posicionamiento de los puntos de cota . . . . .	54
5.2.3. Valor de cota esperado . . . . .	55
5.2.4. Estimación de la incertidumbre de fabricación esperada . . . . .	55
5.2.5. Ejemplos Prácticos . . . . .	56
5.3. Cálculo mecánico de amarres . . . . .	60
5.3.1. Determinación de las fuerzas de apriete . . . . .	61
5.3.2. Acción sobre mecanismos de apriete más usuales . . . . .	64
5.3.3. Análisis de fuerzas de contacto del amarre . . . . .	68
5.4. Análisis de las tensiones de contacto . . . . .	77
5.4.1. Distribución de presiones entre superficies en contacto para distintas geometrías . . . . .	78

5.4.2. Determinación del daño en la pieza . . . . .	87
<b>6. Procesos de conformado por deformación plástica</b>	<b>97</b>
6.1. Introducción . . . . .	97
6.2. Deformación permanente en metales . . . . .	97
6.3. Curva del ensayo de tracción . . . . .	98
6.3.1. Modelización del material . . . . .	100
6.3.2. Punto de inestabilidad . . . . .	100
6.4. Trabajo de deformación . . . . .	101
6.5. Laminación de chapa metálica . . . . .	101
6.6. Tecnologías de transformación de chapa metálica . . . . .	102
6.7. Problemas de deformación plástica . . . . .	103
<b>7. Proceso de conformado por fundición</b>	<b>107</b>
7.1. Introducción . . . . .	107
7.2. Metal fundido . . . . .	108
7.3. Tecnologías de moldeo . . . . .	109
7.4. Colada . . . . .	109
7.5. Solidificación . . . . .	110
7.6. Problemas de Fundición . . . . .	110
<b>8. Problemas</b>	<b>113</b>
8.1. Problemas de metrología . . . . .	113
8.2. Problemas de mecanizado . . . . .	114
8.3. Economía de mecanizado . . . . .	118
8.4. Problemas de deformación plástica . . . . .	121
8.5. Fundición . . . . .	123
<b>9. Cuestiones de examen</b>	<b>125</b>



# Introducción a la Ingeniería de Fabricación

### 2.1. Conceptos de Ciencia, Tecnología e Ingeniería

Antes de profundizar en aquellos aspectos en los que va a desarrollarse la actividad del Ingeniero, es preciso distinguir entre los conceptos de Ingeniería, Tecnología y Ciencia. Estos conceptos a pesar de ser conocidos y utilizados por todo el mundo, casi siempre de manera intuitiva, esconden en sí mismos una serie de importantes matices, sin los que resultaría muy difícil comprender cuál es la formación que necesita el Ingeniero Industrial y su cometido.

La definición clásica de ciencia viene dada por Aristóteles como «conocimiento cierto por sus causas». Es un saber subordinado a unos principios a quienes debe su validez, como el principio de causalidad, finalidad, etc. El concepto de ciencia es muy amplio y abarca el estudio de las realidades tanto materiales como espirituales.

En cuanto al concepto de Tecnología, puede aceptarse la siguiente definición: acción deliberada del hombre sobre la naturaleza que sea útil para la consecución del objetivo previsto (no por el conocimiento en sí mismo), presentando una doble dimensión: conocimiento y ejecución (acción, maneras de hacer). Por tanto la acción Tecnológica no puede tener lugar si no existe un previo conocimiento de las «maneras» de realizar las actividades, lo que se conoce como «procesamiento», e implica conocer el tipo de operaciones a realizar (cambio de posición, de forma, etc.) y la forma de ejecutar las mismas (manualmente, asistida por herramientas, máquina-herramienta, etc.)

Aunque inicialmente la acción tecnológica sólo pudo efectuarse sobre simples procesamientos de materia, a medida que ésta ha ido evolucionando, el hombre ha

sido capaz de procesar no sólo materia sino también energía e información. Sobre estos tres pilares, y por medio de los adecuados procesos, el hombre obtiene productos tecnológicos, cambios físicos (cambio de posición, forma, etc.), dispositivos y aparatos, transformaciones de materiales, energía en forma utilizable, condiciones ambientales, información de uso en tecnología, información para consumo, etc.

Se puede definir Ingeniería como la materialización de la acción deliberada del hombre sobre la naturaleza. En consecuencia, la Ingeniería se ocupa de la aplicación práctica del conocimiento, es decir, de aspectos tales como el diseño, la fabricación, los costes o la distribución de los recursos.

A finales del siglo XVIII la Ingeniería ha ido evolucionando en el tiempo hasta el punto de que hoy en día se considera que la Ingeniería engloba a la Tecnología y va más allá de sus planteamientos. Actualmente se asume conceptualmente que las características básicas que definen la Ingeniería son dos. La primera característica es que la Ingeniería añade a los tres pilares básicos de la Tecnología (materia, energía e información) dos nuevos: los recursos económicos y humanos, que deben de ser gestionados y coordinados para llevar a cabo la producción de bienes y servicios. La segunda hace referencia al carácter generalmente local y concreto de la Ingeniería frente a la universalidad de la Tecnología.

## 2.2. Aproximación a la Ingeniería de Fabricación

Uno de los hechos que ha diferenciado al hombre desde la Prehistoria, ha sido la capacidad de procesar o transformar los materiales que la naturaleza ha puesto a su disposición, para la elaboración de herramientas y útiles que le ayudaran a realizar ciertas funciones que no podría llevar a cabo directamente con su esfuerzo físico, o le resultaban pesadas o costosas.

Esta actividad del hombre de realizar útiles, máquinas, etc., recurriendo a su ingenio e inteligencia, tratando de cubrir las necesidades (primarias y secundarias) de los individuos o de la comunidad, lleva consigo la utilización de una gran cantidad de recursos tanto humanos como materiales. De la conjunción de estos recursos dependerá la realización del producto final, actividad que exige la realización de tres fases:

- Fase de información, en la cual se lleva a cabo la adquisición de los conocimientos para la ejecución de los mismos, mediante un trabajo de investigación.
- Fase de diseño, que consiste en la concepción del producto de acuerdo con los requerimientos exigidos.
- Fase de fabricación, en que se efectúa la transformación de los materiales hasta obtener el producto terminado.

En esta tercera fase es en la que se inserta la Ingeniería de Fabricación, pero sin olvidar aquellos aspectos de las fases iniciales que en cierta forma tienen repercusión sobre la misma.



Una posible definición de Ingeniería de Fabricación podría ser la siguiente: **conjunto de conocimientos referentes a procesos de conformación de los materiales; a las máquinas, útiles, instrumentos y sistemas de fabricación utilizados; y a los controles y verificaciones necesarias para asegurar piezas y productos acordes con las normas y especificaciones establecidas, bajo criterios económicos y de rentabilidad.**



# Introducción a los procesos de mecanizado

### 3.1. Introducción histórica

Las técnicas de corte de metales han sufrido una notable evolución hasta llegar a las máquinas herramienta de control numérico de nuestros días, que son capaces de llevar a cabo operaciones de corte complicadas mediante la ejecución de un programa. El desarrollo de estos procesos ha venido marcado por factores tales como la obtención de mecanismos capaces de articular el movimiento de corte, la aparición de máquinas de generación de energía como la máquina de vapor, la implantación de técnicas de control numérico y la investigación acerca de nuevos materiales para herramientas.

El empleo de los procesos de arranque de material para la fabricación de componentes se remonta a la Prehistoria. Los primeros materiales que fueron conformados por arranque de material fueron la piedra y la madera. Existen evidencias arqueológicas de que los egipcios emplearon mecanismos rotatorios formados por palos y cuerdas para realizar taladros.

Posteriormente se trataron de aplicar los procesos que se habían desarrollado para el corte de materiales como la madera, para la conformación de piezas metálicas. Una de las primeras máquinas para el corte de metales es el torno de pértiga, que se inventó alrededor de 1250.

A principios del siglo XV se diseñó un torno con transmisión por correa y accionamiento mediante una manivela. Durante esta época se produjeron avances como el diseño de un torno para roscar por Leonardo da Vinci, la construcción de una máquina cepilladora en 1550 por Marx Lobsinger, la introducción del contrapunto

en el torno, el apoyo de la herramienta y el mandril alrededor de 1568 y el diseño de un torno con carro porta-herramientas conocido como torno de Vaucason en 1760.

Algunos autores consideran que la primera máquina herramienta fue la mandrinadora de John Wilkinson, construida alrededor de 1774. La energía consumida por esta máquina perforadora era suministrada por medio de un accionamiento hidráulico y sin ella no habría sido posible fabricar la máquina de vapor de James Watt. Cuando James Watt diseñó su máquina de vapor en Inglaterra alrededor de 1763, uno de los problemas con que tropezó fue la necesidad de que la superficie interior del cilindro presentara la precisión suficiente para que el vapor no se escapase por el lateral del pistón. Hasta que apareció la máquina mandrinadora de John Wilkinson no existían métodos adecuados para obtener tolerancias tan estrechas como las requeridas para la máquina de vapor de James Watt.

Después de los diseños elaborados por Leonardo da Vinci en el siglo XV y Besson en 1569, Henry Maudsley desarrolló el primer torno cortador de tornillos en Inglaterra alrededor de 1800. Algunos autores consideran que la primera máquina cepilladora fue la construida por Roberts en 1817, pero en realidad esta categoría corresponde a la máquina fabricada por Bramah en 1802. La primera máquina fresadora fue construida por Eli Whitney en Estados Unidos en 1818. En 1835, Whitworth fabricó un taladro de columna y en 1836 James Nasmyth diseñó la primera máquina limadora.

El primer torno automático fue construido por Shipe en 1842. La máquina de vapor permitió automatizar el movimiento de avance de la herramienta, haciendo posible efectuar las operaciones de roscado con una precisión mucho mayor. En 1846 James Nasmyth construyó una máquina de taladrar que hizo posible la ejecución de agujeros de gran precisión y en 1851 Cocquilhat publicó el primer trabajo científico sobre el corte de metales, estableciendo las primeras relaciones entre energía consumida y material separado en el taladrado. En 1860 Moseley fabricó la primera rectificadora cilíndrica y Joesel llevó a cabo las primeras experiencias sobre velocidades de corte y ángulos de filo recomendables para procesos de mecanizado, basándose en la relación entre la cantidad de material separado y la energía absorbida.

En 1861 la firma Brown y Sharpe construyó la primera fresadora universal. En 1871 se empezaron a utilizar herramientas de acero aleado y en 1891 Acheson descubrió el primer abrasivo artificial, el carburo de silicio. Después de los primeros estudios sobre formación de la viruta, realizados por Time en 1870, y los estudios sobre la formación de la viruta como un proceso de deformación plástica, así como la influencia de los lubricantes, llevados a cabo por Malloch en 1881, en 1893 Zovrykin efectuó un estudio sobre la geometría de la viruta y de las fuerzas de corte.

En 1898 la sociedad Pratt y Whitney construyó un torno automático con cargador automático de piezas. La primera brochadora fue construida en 1899 por Smith y Coventry. En 1898 Taylor y White fabricaron las primeras herramientas de acero rápido y en 1906 se mejoraron las propiedades de estas herramientas con la adición de vanadio. En 1907 Taylor y White publicaron el trabajo *On the art of cutting metals* y en 1925 Schlesinger llevó a cabo la medición de las fuerzas de corte y

estableció normas para la verificación de máquinas-herramienta. Un año después, en 1926, Hebert demostró que la formación de la viruta está unida a un proceso de cizallamiento.

En 1930 la firma alemana Krupp comenzó a fabricar herramientas de metal duro o carburo sinterizado. Estas herramientas estaban constituidas por carburo de tungsteno o compuestos similares que no se encuentran directamente en la naturaleza sino que se obtienen por metalurgia de polvos. El carburo de tungsteno fue fabricado por primera vez a finales del siglo XIX por el francés Henri Moissan, pero su importancia tecnológica no fue apreciada hasta dos décadas después.

En 1940 se estableció la teoría de Ernst y Merchant sobre el corte de los metales y Palmer y Oxley publicaron *Mechanics of the orthogonal machining*. En esta época, concretamente en 1943, Lazarenko descubrió el mecanizado por electroerosión.

Uno de los factores que han influido considerablemente en el desarrollo de los procesos de mecanizado ha sido la aparición de nuevos materiales para herramientas capaces de elevar la velocidad de corte y trabajar con materiales de propiedades mecánicas más exigentes. En 1955 se empezaron a utilizar las primeras herramientas con recubrimiento cerámico. La mayoría de máquinas herramienta convencionales empleadas hoy en día responden al mismo diseño básico de las versiones antiguas desarrolladas durante los dos últimos siglos. El desarrollo del ordenador permitió la construcción de máquinas herramienta de control numérico y en los años 50 se desarrollaron los centros de mecanizado, máquinas herramienta de control numérico capaces de realizar varias operaciones de corte.

La aparición de nuevos materiales de mayor dureza y resistencia hace necesario el empleo de procesos de mecanizado no convencional. Estos procesos comprenden, entre otros, el mecanizado por electroerosión, mecanizado ultrasónico y corte por chorro abrasivo, y permiten a su vez la obtención de geometrías complejas para las cuales no se pueden emplear los procesos de mecanizado convencional tales como el torneado, taladrado o fresado.

En la actualidad los procesos de mecanizado en general están siendo sometidos a un estudio exhaustivo de características tales como las fuerzas de corte y materiales para herramienta que permitan mejorar la productividad del proceso sin perjudicar el acabado de las superficies mecanizadas, determinar la influencia de las fuerzas de corte en las vibraciones de las máquinas herramienta y establecer la relación existente entre los mecanismos de desgaste de la herramienta y las condiciones de corte, así como diseñar herramientas que permitan reducir las tolerancias dimensionales y mejorar las condiciones de mecanizado de materiales de elevadas propiedades mecánicas y materiales compuestos.

## 3.2. Introducción

Los procesos de mecanizado por arranque de viruta están muy extendidos en la industria. En estos procesos, el tamaño de la pieza original circumscribe la geometría final, y el material sobrante es arrancado en forma de virutas. La cantidad de desecho

va desde un pequeño porcentaje hasta un 70-90 % de la pieza original.

Comparando este tipo de fabricación con otros métodos para conseguir la geometría final se incluyen ventajas e inconvenientes según los casos.

Entre las ventajas de este tipo de procesos de mecanizado, que son las razones por las que su uso está tan extendido, están:

- Se consigue una alta precisión dimensional en sus operaciones
- Pueden realizar una amplia variedad de formas
- No cambia la microestructura del material por lo que conserva sus propiedades mecánicas
- Se consigue texturas superficiales convenientes para los distintos diseños
- Son procesos fáciles de automatizar siendo muy flexibles
- Requiere poco tiempo de preparación
- Poca variedad de herramientas

Por otra parte, también tiene desventajas respecto a los otros procesos de fabricación, sobretodo respecto a los de conformado por deformación plástica y los de fundición:

- Genera material de desecho en muchos casos no reciclable
- Requieren una mayor energía de proceso
- Los tiempos de producción son elevados
- El tamaño de las piezas está limitado al permitido por la máquina herramienta
- Suelen ser poco económicos cuando el tamaño de lote es muy elevado

### 3.3. Generación de superficies

El principio de generación de superficies en este tipo de procesos es el bidimensional, ya que la geometría de la herramienta sólo posee información de un punto o elemento de superficie de la geometría final. Esto tiene como ventaja la flexibilidad para generar mucha variedad de superficies con la misma herramienta. Para generar la superficie se requieren al menos dos movimientos relativos entre la pieza y la herramienta.

La geometría de la pieza final se origina mediante la combinación de dos elementos: La geometría de la herramienta, y el patrón de movimientos relativos entre la pieza y la herramienta. Las máquinas herramienta son las encargadas de generar esos movimientos relativos aportando la energía necesaria al proceso.

De los dos movimientos relativos mínimos para generar la superficie, suele haber uno que es el que consume la mayor parte de la potencia de la máquina. Este movimiento se le suele denominar movimiento primario o de corte. El otro movimiento se usa combinado con el movimiento de corte para ayudarle a eliminar el material sobrante, este movimiento es llamado movimiento de avance.

Estos movimientos pueden ser a su vez lineales o circulares, pueden llevarlos la herramienta o las piezas indistintamente. Esto hace que haya mucha variedad de máquinas herramientas para generar las superficies: A modo de ejemplo veamos cómo se combinan estas variables en las máquinas herramientas más usuales:

Herramienta	Mov.	Tipo mov.	Portador
Limadora	$M_c$	Lineal	Herramienta
	$M_a$	Lineal	Pieza
Cepilladora	$M_c$	Lineal	Pieza
	$M_a$	Lineal	Herramienta
Torno	$M_c$	Circular	Pieza
	$M_a$	Lineal	Herramienta
Fresadora	$M_c$	Circular	Herramienta
	$M_a$	Lineal	Pieza
Taladradora	$M_c$	Circular	Herramienta
	$M_a$	Lineal	Herramienta

### 3.4. Formación de viruta

En el estudio de la formación de viruta se va a suponer que la herramienta es un diedro que desliza sobre la superficie que está generando. Esta superficie está un poco por debajo de la superficie de la pieza original, de forma que su movimiento provoca el desprendimiento de la viruta del material base. La intersección de los dos planos del diedro es una recta que es el filo  $S$  de la herramienta. Las dos caras de este diedro son:

- Cara de incidencia o flanco de la herramienta  $A_\alpha$ , que es el plano más cercano a la superficie generada
- Cara de desprendimiento  $A_\gamma$  que es el plano por el que desliza la viruta

Esta herramienta desliza sobre la superficie con una velocidad  $\vec{v}_c$  que es la velocidad de corte, se puede definir como la velocidad instantánea del movimiento de corte respecto la pieza y suele medirse en m/min.

Si esta velocidad es perpendicular al filo, se dice que el corte es ortogonal, en otro caso se dice que el corte es oblicuo. El corte ortogonal es más sencillo de estudiar que el corte oblicuo ya que se presenta un estado de deformación plana. La superficie generada por encima de la cual se elimina el material por la cara de desprendimiento es el plano de filo  $P_s$  y viene definido por el filo  $S$  y la velocidad de corte.

Otras definiciones de conceptos importantes son:

- Avance: Es el movimiento que agregado al de corte conduce a la eliminación progresiva de material. Suele medirse en mm/s, mm/rev, mm/diente, mm/pasada, . . . .
- Espesor de viruta sin deformar  $a_c$ : Es el espesor de la viruta medido perpendicular al filo y en un plano perpendicular al corte.
- Espesor de viruta deformado  $a_o$ : Es el espesor de viruta medido después del corte.
- Relación de corte  $r_c$ : es el cociente entre el espesor de viruta no deformado y el espesor de viruta deformado.  $r_c = \frac{a_c}{a_o} < 1$ .
- Ancho de viruta  $a_W$ : es el ancho de la viruta medido en la dirección del filo.
- Área de corte  $A_c$ : es el área perpendicular la velocidad de corte que es barrida por la herramienta.
- Área de avance  $A_f$ : es el área perpendicular a la velocidad de avance barrida por la herramienta.
- Tasa de arranque  $Z_W$ : Volumen de material de la pieza arrancado por unidad de tiempo. Tiene unidades de caudal.

Si se analizan los fenómenos ocurridos en torno al arranque de viruta se observaría que:

- La viruta es más dura y frágil que el material base
- $a_o > a_c$  por lo que  $r_c < 1$  siempre
- La cara de la viruta que ha estado en contacto con  $A_\gamma$  es lisa y brillante mientras que la otra es oscura y rugosa
- La viruta cambia de color al desprenderse del material
- Se producen grandes incrementos de temperatura en la zona de corte
- La forma de la viruta depende de la velocidad del material

El arranque de viruta en materiales dúctiles se produce mediante la deformación plástica que ocurre en una franja estrecha llamada plano de cizalladura. El material deformado desliza sobre la cara de desprendimiento venciendo fuerzas de rozamiento elevadas.

Se distinguen tres tipos básicos de viruta:

- Viruta discontinua: se produce cuando se mecanizan materiales frágiles, y con materiales dúctiles a velocidades muy bajas de corte. El corte se produce a base de pequeñas fracturas del material base.



- Viruta con protuberancias o corte con recrecimiento de filo: se produce en materiales muy dúctiles, o a velocidades de corte bajas. Cuando la fricción entre la viruta y la herramienta es muy alta, se produce una adhesión muy fuerte entre el material de la viruta y la superficie de la herramienta, con lo que la viruta empieza a deslizar, no directamente sobre la cara de desprendimiento sino sobre material adherido sobre ella. Este filo recrecido puede llegar a un tamaño en el cual se desprenda el material adherido sobre la pieza o sobre la viruta dejando en todo caso un acabado superficial muy deficiente.
- Viruta continua: Es el régimen normal de corte y es el que mejor acabado superficial deja.

Hay materiales que pueden presentar los tres regímenes de corte citados dependiendo de la velocidad de corte tomada.

### 3.5. Geometría de corte

Para estudiar la geometría de la herramienta se va a seguir el sistema de la recomendación ISO/DIS 3002. Esta norma establece un sistema de planos a partir de los cuales se van a definir los ángulos de corte.

La norma distingue entre geometría *herramienta en mano* y geometría *herramienta en uso*. El primer sistema se usa con fines de fabricación y afilado de herramientas, mientras que el segundo se define cuando la herramienta está realmente cortando. Esta es una forma de tener en cuenta los efectos de los grandes avances y los posicionamientos de las herramientas en las máquinas distintos de los normalizados. Lo único que puede distinguir un sistema de otro es la dirección de la velocidad resultante y la dirección de la sujeción en el montaje.

De este modo en un punto del filo  $O$  de la herramienta se puede definir un sistema de ejes cartesianos en el cual el eje  $OX$  sea la dirección de la sujeción de la herramienta (en el caso del torno, la dirección del vástago) y como eje  $OY$  como el de la velocidad de corte. El eje  $OZ$  se obtendrá de los dos anteriores y suele coincidir con el eje  $Z$  del sistema de la máquina herramienta. Tanto el eje  $OX$  como el eje  $OZ$  son positivos en el sentido en el que la herramienta se aleja de la pieza. Este sistema de coordenadas es intrínseco a la máquina herramienta que es la que produce los movimientos relativos entre pieza y herramienta (eje  $OY$ ), y la que sujeta la herramienta (eje  $OX$ ). Con esta construcción se definen los siguientes planos herramienta en mano:

- Plano de referencia  $P_r$ : es el plano  $XOZ$  y es el que físicamente representa el plano perpendicular a la velocidad de corte
- Plano de trabajo  $P_f$ : contiene al eje  $OY$  y el movimiento de avance teórico. (En el cilindrado es el plano  $YOZ$  y en el refrentado  $YOX$ )

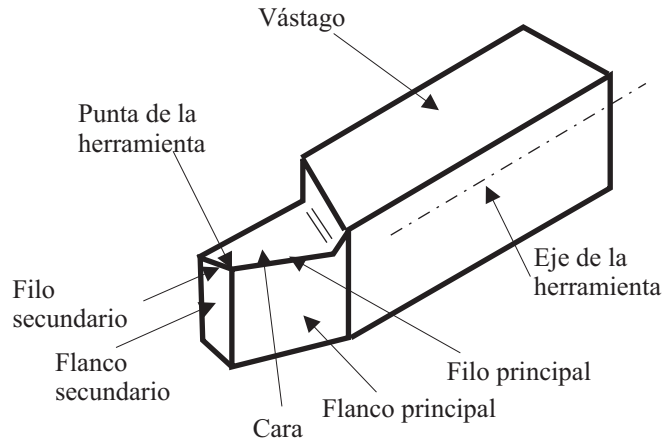


Figura 3.1: Nomenclatura en una herramienta de torneado

- Plano longitudinal  $P_L$ : Es el plano perpendicular a los dos anteriores. En condiciones normales (la  $v_c$  coincide con el eje  $OY$ ) contendría a la velocidad de corte y sería perpendicular al avance.

Junto a los planos anteriores se definen otros planos que tienen en cuenta la geometría de la herramienta, llamados *planos de situación*:

- Plano de filo  $P_s$ : Es el plano que contiene al filo  $S$  y a la velocidad de corte  $\vec{v}_c$ . Por contener a  $\vec{v}_c$  este plano es perpendicular a  $P_r$ .
- Plano normal  $P_n$ : el plano normal al filo  $S$ .
- Cara de desprendimiento  $A_\gamma$ : es la cara de la herramienta por la que desliza el material situado por encima del plano de filo.
- Cara de incidencia  $A_\alpha$ : es la cara de la herramienta más cercana al plano del filo.

Los tres últimos planos son intrínsecos a la geometría de la herramienta y son independientes de su posición en la máquina herramienta.

Con este sistema de planos ya se pueden definir los ángulos de corte. Estos se representan con una letra griega y un subíndice que indica el plano sobre el cual se miden.

En el plano normal  $P_n$  se definen los siguientes ángulos:

- Ángulo de desprendimiento  $\gamma_n$ : es el que forman  $A_\gamma$  y  $P_r$
- Ángulo de incidencia  $\alpha_n$ : es el que forma  $A_\alpha$  y  $P_s$

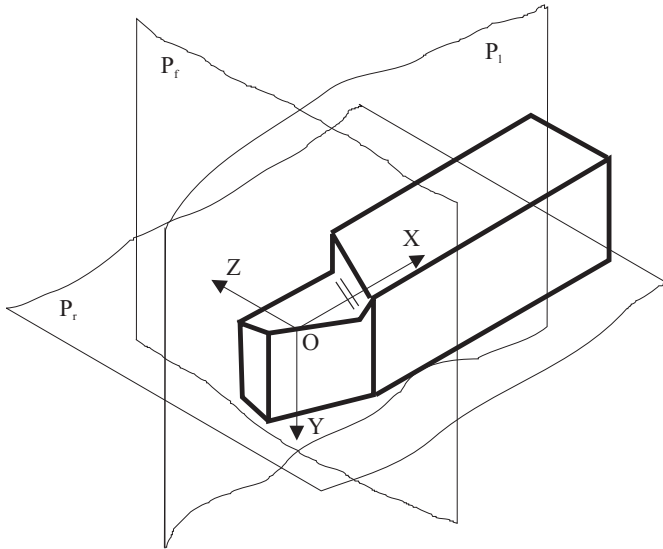


Figura 3.2: Definición de planos en una herramienta de torneado

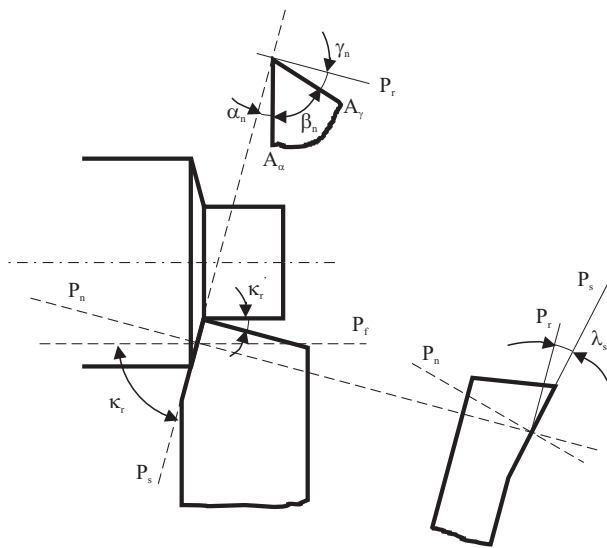


Figura 3.3: Geometría en una operación de cilindrado

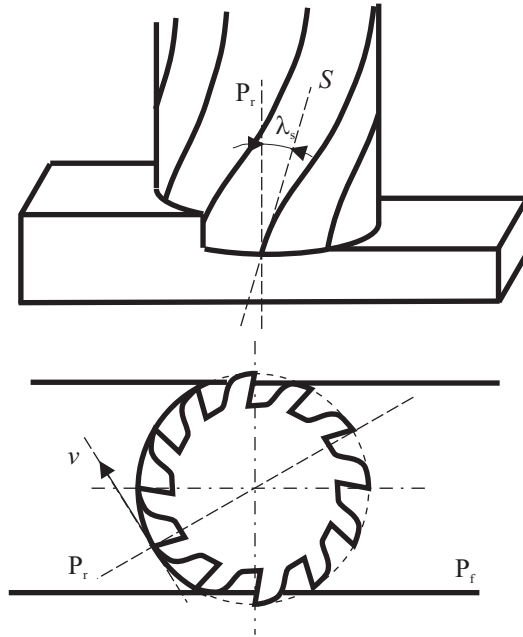


Figura 3.4: Geometría en una operación de fresado frontal

- Ángulo de filo  $\beta_n$ : es el que forma  $A_\gamma$  y  $A_\alpha$  y es complementario a los dos anteriores

En el Plano de referencia  $P_r$  se mide el ángulo de posición de filo principal  $\kappa_r$  que es el ángulo que hay entre  $P_s$  y  $P_f$ , medido sobre el  $P_r$ .

En el Plano de filo  $P_s$  se define el ángulo de inclinación de filo  $\lambda_s$  que es el formado entre  $S$  y  $P_r$ . Si  $\lambda_s = 0$  el corte es ortogonal.

Cuando la herramienta termina en punta, suelen intervenir dos filos en el corte. El principal, que es el que mayor parte de carga lleva, y el secundario. Las magnitudes referidas al filo secundario se denominan colocando un símbolo ' después del símbolo. Así se denomina  $\kappa'_r, \dots$

Esta geometría puede cambiar en las condiciones de uso debido a la influencia de los avances o la desviación en el posicionamiento de la herramienta. En este caso se definen las mismas magnitudes añadiendo el subíndice  $e$  a las magnitudes definidas anteriormente:  $\gamma_{ne}, \kappa_{re}, \lambda_{se}$ , etc. La traslación de un sistema a otro se realiza mediante cálculos geométricos, a partir del nuevo posicionamiento del eje  $OY'$  en línea con la velocidad.

### 3.5.1. Influencia de los ángulos de corte en el funcionamiento

Si el ángulo de desprendimiento  $\gamma_{ne}$  es grande las fuerzas de corte disminuyen pues el material se deforma menos plásticamente y la herramienta se desgasta mucho en la cara de desprendimiento al aumentar la fuerza de fricción, y la velocidad relativa de la viruta sobre la cara de la herramienta.

Si el ángulo de incidencia  $\alpha_{ne}$  es grande la herramienta puede fracturar su punta debido a las altas fuerzas de corte, pero cuanto más pequeño sea mayor desgaste sufrirá la punta aumentando las pérdidas por rozamiento de la herramienta con la superficie de la pieza.

El ángulo de inclinación de filo  $\lambda_{se}$  influye en la dirección de la viruta en su salida por la cara de desprendimiento. Toma valores positivos cuando echa la viruta fuera de la pieza. Y toma valores negativos cuando tiende a hacer chocar la viruta de nuevo con la pieza. Cuando se mecanizan materiales duros y frágiles se usan  $\lambda_{se} < 0$ .

Un ángulo de posición de filo  $\kappa_{re}$  distinto de  $90^\circ$  permite un mejor aprovechamiento de la longitud de filo sobre todo cuando se tiene limitada la profundidad de pasada. También se usa para evitar fuerzas de impacto al inicio del corte, suavizando la entrada de la herramienta en el corte.

## 3.6. Fuerzas de corte

Aunque el coste de la potencia consumida en una operación de mecanizado no es un factor económico importante habitualmente, es necesario su conocimiento para ser capaces de estimar la cantidad de potencia necesaria para realizar la operación debido a las limitaciones impuestas por la máquina disponible. La capacidad de estimar la potencia de una operación es importante sobretodo en las operaciones de desbaste ya que lo que interesa es realizar la operación en el menor tiempo y en el menor número de pasadas posible. Por otra parte, las fuerzas de corte también intervienen en fenómenos como el calentamiento de la pieza y la herramienta, el desgaste de la herramienta, la calidad superficial y dimensional de la pieza, el diseño del amarre y utillajes necesarios, etc.

La interacción entre la herramienta, la viruta y la pieza, se traduce en una serie de presiones sobre la superficie de la herramienta. Este sistema de fuerzas y presiones se puede reducir a una fuerza resultante  $F$ . El momento resultante se puede despreciar ya que el área sobre el que se aplica la fuerza es muy pequeña. Una primera descomposición de esta fuerza es en dos direcciones ortogonales, una en la dirección de la velocidad de corte que será la fuerza de corte  $F_c$ , y la otra en la dirección perpendicular a la velocidad de corte que será la fuerza de empuje  $F_t$ . De las dos fuerzas, la única que consume potencia es  $F_c$ , siendo la función de  $F_t$  la de mantener la posición del filo de la herramienta en el plano el filo  $P_s$ .

### 3.6.1. Energía específica de corte

Se define la *energía específica de corte*  $p_s$  como la energía necesaria para remover una unidad de volumen de material. Este valor relaciona la potencia  $P_m$  y la velocidad de arranque de material  $Z_w$ .

$$p_s = \frac{E_m}{V} = \frac{E_m/t}{V/t} = \frac{P_m}{Z_w} \quad (3.1)$$

Si se tiene el valor de  $p_s$  junto con el valor de la potencia disponible en la máquina, se puede calcular la tasa de arranque máxima de la operación, o sea, el volumen máximo de material que se puede arrancar por unidad de tiempo. Esta tasa de arranque tiene unidades de caudal, y se puede calcular integrando el producto escalar del área de barrido por la velocidad de barrido. De modo simplificado se puede usar el área de corte o el área de avance para su cálculo. Siendo el área de corte  $A_c$  el área barrida por la herramienta perpendicular a la velocidad de corte, y el área de avance  $A_f$  el área barrida por la herramienta perpendicular a la velocidad de avance.

$$Z_w = A_c \cdot v_c = A_f \cdot v_f \quad (3.2)$$

Por lo tanto, el valor de  $p_s$  también relaciona la fuerza de corte  $F_c$  y el área de corte  $A_c$ , por lo que también se le suele llamar *fuerza específica de corte*  $K_s$ .

$$p_s = \frac{P_m}{Z_w} = \frac{F_c \cdot v}{A_c \cdot v} = \frac{F_c}{A_c} \quad (3.3)$$

Los experimentos pueden decir cómo varía  $p_s$  con las condiciones de corte. En concreto, se va a estudiar el efecto de la velocidad de corte y del espesor de viruta sobre el valor de  $p_s$ .

A velocidades bajas, la energía específica de corte es muy alta, disminuyendo conforme aumenta la velocidad hasta un valor a partir del cual  $p_s$  permanece constante. Esto se debe al recrecimiento de filo que aparece a bajas velocidades de corte y cuando la fricción es alta. Normalmente se debe trabajar en el tramo en el que  $p_s$  es constante ya que también es la más económica.

$p_s$  disminuye al aumentar  $a_c$ , muchos fabricantes de herramientas proporcionan una expresión de esta variación. El aumento de  $p_s$  al disminuir  $a_c$  se debe al efecto de tamaño, ya que las fuerzas de fricción en la cara de incidencia y aplastamiento de la punta redondeada representan un porcentaje mayor en la energía consumida al disminuir  $a_c$ .

### 3.6.2. Fuerzas de fricción

La fricción en las operaciones de mecanizado tiene ciertas peculiaridades que hacen que sus leyes sean distintas de las que siguen los fenómenos de fricción normales. Para ello se van a distinguir tres tipos de deslizamiento entre superficies metálicas:

- Contacto débil.

Las superficies metálicas en estado normal tienen una capa de óxido que recubre los átomos metálicos, esta capa tiene la función de proteger el metal de posteriores oxidaciones. La tensión de cizallamiento entre capas de óxido es muy bajo, con lo que si además la presión normal es pequeña, el bajo valor del área de contacto real hará que el coeficiente de rozamiento del orden de  $\mu = 0,1$  para los aceros.

- Contacto con microsoldaduras.

Cuando entre dos superficies metálicas rugosas, la presión normal es algo elevada, la capa pasiva de las puntas de las asperezas en contacto es eliminada, entrando en contacto directo los dos metales sin ningún óxido que los separe. Al entrar en contacto los átomos de una y otra superficie, se forma una unión metálica interatómica, hay coalescencia entre los dos materiales. Al fin y al cabo la soldadura ocurre entre las dos superficies a nivel microscópico. Las superficies soldadas son la de los picos de las asperezas, que suman el área real de contacto  $A_r$ , que es menor que el área aparente de contacto  $A_a$  que se observa macroscópicamente. Para conseguir deslizar una superficie sobre la otra se han de cizallar las micro soldaduras las cuales tienen una tensión de resistencia a la cizalladura de  $\tau_{sl}$ , de forma que la fuerza de rozamiento total será:

$$F_R = \sum_i A_i \cdot \tau_{sl} = A_r \cdot \tau_{sl} \quad (3.4)$$

Por otra parte se sabe que en superficies con distribuciones alturas de asperezas gaussianas y para cargas ligeras,  $A_r$  es proporcional a la presión normal aplicada, que en un área determinada será la fuerza normal  $F_N$ , con lo que:

$$A_r = C \cdot F_N \quad (3.5)$$

$$F_R = \tau_{sl} \cdot A_r = \tau_{sl} \cdot C \cdot F_N = \mu F_N \quad (3.6)$$

con lo que se cumple la ley de la fricción de Coulomb de proporcionalidad entre  $F_R$  y  $F_N$ , siendo  $\mu$  el coeficiente de rozamiento.

- Contacto pleno.

Cuando las fuerzas de contacto son muy elevadas la proporcionalidad empieza a fallar hasta que el contacto entre las superficies llega a ser pleno, es decir,  $A_r = A_a$ , con lo que la fuerza de fricción también llega a ser constante  $F_R = A_a \cdot \tau_{sl}$ , e independiente de la fuerza o presión normal aplicada.

En el deslizamiento de la viruta sobre la cara de desprendimiento, las superficies están libres de capas de óxidos, ya que la de la viruta está recién creada y no ha tenido contacto con el aire ni con nada sino con la cara de la herramienta, y la cara de desprendimiento ha estado rozando anteriormente con viruta ya desprendida que a los primeros metros ha dejado desnuda a la herramienta de cualquier capa de óxido.

Por otra parte las presiones normales son elevadísimas, por encima de la tensión de fluencia de la pieza, por lo que el contacto entre superficies será pleno.

Esto explica lo observado en los experimentos:

- La fuerza de rozamiento es independiente de  $\gamma_{ne}$
- Al aumentar  $\gamma_{ne}$  disminuye la fuerza de corte pero no la fuerza de rozamiento. Por otro lado, aumenta la velocidad de deslizamiento de la viruta sobre la herramienta aumentando de manera considerable el calentamiento y desgaste de la herramienta.
- La fuerza de rozamiento es menor cuanto más disimilares sean los materiales de la herramienta y de la pieza. De donde viene la importancia de recubrir bien los materiales de herramienta, con capas cerámicas.

### 3.7. Temperaturas de corte

Una de las limitaciones de los procesos de corte son las temperaturas alcanzadas durante el mecanizado. La potencia consumida en el corte se invierte en la deformación plástica de la viruta y en los distintos rozamientos. Estos trabajos se convierten en calor que se invierte en aumentar las temperaturas de la viruta, la herramienta y la pieza de trabajo. La herramienta pierde resistencia conforme aumenta su temperatura, aumentando su desgaste y por lo tanto disminuyendo su vida útil. Por otro lado, un calentamiento excesivo de la pieza de trabajo puede variar las propiedades del material debido a cambios microestructurales por efectos térmicos, también puede afectar a la precisión del mecanizado al estar mecanizando una pieza dilatada que a temperatura ambiente se puede contraer.

Aunque no se va a estudiar a fondo el fenómeno termodinámico, sí que conviene tener algunos conceptos claros respecto a la influencia de los distintos parámetros de corte en las temperaturas de la herramienta y en la pieza y, por lo tanto, en la economía y calidad del proceso.

#### Generación de calor

La potencia consumida en una operación de corte  $P_m$  se convierte en calor principalmente por los siguientes mecanismos:

- Deformación plástica en la zona de cizalladura de la viruta. El calor generado por unidad de tiempo tiene un valor se puede calcular en función de la velocidad de cizallado y la fuerza de cizallado:  $P_s = F_s v_s$ .



- Fricción entre la viruta y la herramienta. El flujo de calor generado será  $P_f = F_r v_o$
- Fricción entre la herramienta y la pieza. Su valor, al igual que los anteriores será el producto de la fuerza de rozamiento por la velocidad relativa entre la herramienta y la pieza:  $P_{fw} = \tau_{sl} \cdot VB \cdot a_w \cdot v$ . Esta fuente de calor dependerá del desgaste  $VB$  que será nulo cuando la herramienta está recién afilada.

### 3.8. Desgaste de herramientas

Desgaste es la pérdida de material por fricción que hace cambiar la geometría de la herramienta hasta llegar a inutilizarla.

Los mecanismos de desgaste en las operaciones de corte son principalmente tres:

- Adhesión: Debido a las microsoldaduras, los átomos de la superficie de la herramienta son arrastrados por la viruta.
- Abrasión: La pieza de trabajo contiene inclusiones de partículas muy duras que rayan la superficie de la herramienta.
- Difusión: A temperaturas elevadas, los átomos de aleación se difunden hacia donde existe menos concentración. Por este mecanismo la superficie de la herramienta se empobrece de elementos de aleación debilitándose.

Estos mecanismos se agravan cuando aumenta la temperatura, y cuando los materiales son más afines.

El desgaste en la herramienta de corte es de dos tipos principalmente:

- En la cara de desprendimiento se produce un cráter, normalmente en el punto donde la temperatura alcanza su máximo.
- En la cara de incidencia se produce un achaflanamiento de la punta debido al rozamiento de la herramienta con la superficie mecanizada.

El desgaste por craterización se caracteriza por los parámetros  $KT$ ,  $KM$ , y  $KB$ . Mientras que el desgaste en la cara de incidencia se caracteriza por  $VB$ , y por  $NB$ .

Para estimar la gravedad del desgaste se suele utilizar  $VB$  y  $KT$ . Un valor excesivo de  $VB$  produce inestabilidades en el contacto con vibraciones además de aumentar las pérdidas por fricción en la cara de incidencia. Un valor excesivo de  $KT$  aumentaría el riesgo de fractura de la punta de la herramienta.

La norma ISO TC29 establece unos valores máximos de  $VB$   $KT$  como criterio de vida de la herramienta, para cada tipo de material de herramienta. Entre las distintas especificaciones destaca la limitación de  $VB$  a un valor de 0.3 mm de valor medio a lo largo del filo, o a un valor máximo de 0.6 mm.

El valor  $VB$  sigue una evolución lineal con el tiempo, pero la pendiente de esa recta depende de la velocidad. Existe para una herramienta una relación entre el

la velocidad de corte y el tiempo en que  $VB$  tarda en alcanzar el valor de 0.3 mm (llamado vida de herramienta  $t$ ). Esta relación se aproxima mucho a la llamada *ley de Taylor* la cual establece que  $vt^n = C$ .  $C$  y  $n$  son obtenidos experimentalmente y dependen del material de la herramienta y de la pieza a mecanizar, geometría de corte, refrigeración, . . . .

La vida de la herramienta según  $KT$  depende de  $\gamma_{ne}$ . Debido a que a partir de un valor de  $\gamma_{ne}$  el desgaste puede ser catastrófico, por lo  $\gamma_n$  está limitado para lo distintos tipos de materiales. Para los metales duros su valor suele ser de 3.5%, para los aceros rápidos su valor está comprendido entre 0% y 14% cuando mecaniza materiales duros, y entre 14% y 30% cuando mecaniza materiales dúctiles.

### 3.9. Fluidos de corte

Los fluidos de corte tienen dos funciones:

- Refrigeración: Para disminuir las temperaturas de corte permitiendo trabajar a mayor velocidad, evitando los inconvenientes del incremento de temperatura que lleva consigo.
- Lubricación: Interponiéndose entre la viruta y la herramienta para disminuir las fuerzas de fricción y evitar el recroquisamiento de filo

Debido a que al principio se utilizaba en operaciones de taladrado donde hay partes del filo que tienen una velocidad muy baja y por lo tanto susceptible de formar filo recroquisado, a los fluidos de corte se les suele denominar *taladrinas*.

El mecanismo en el que el fluido se interpone entre la viruta y la herramienta es el de capilaridad, por lo que la taladrina debe tener muy baja tensión superficial, y requiere pesos moleculares muy bajos.

La acción del lubricante es esencialmente química, la taladrina contiene reactivos que se adhieren a la superficie que lubrican disminuyendo la adhesión viruta-herramienta y facilitando el deslizamiento. En lugar de usar reactivos en base a S o P se suelen utilizar compuestos clorados (tetracloruro de carbono  $CCl_4$ , cloroforno  $CHCl_3$ , tricloroetano  $CH_2Cl_2$ , . . .), pues aguantan mucho mejor las altas temperaturas que se producen en el torno.

Un inconveniente importante de las taladrinas es su toxicidad, lo que hace que esté sometido a reglamentos medioambientales muy estrictos.

La aplicación principal de las taladrinas es como refrigerante, sobretodo ahora en las máquinas automáticas donde se puede inyectar el fluido a alta presión en la zona de contacto sin las limitaciones de no ver directamente el corte o de las salpicaduras.

### 3.10. Materiales de herramienta

Ya se ha visto la importancia de las características del material de herramienta para establecer los parámetros de corte óptimos. En concreto, al material de he-

La herramienta se le va a pedir que tenga buenas propiedades a alta temperatura, de desgaste, resistencia, dureza y tenacidad. Además ha de tener poca afinidad química con la pieza de trabajo, y debe ser resistente a la corrosión. Para conseguir una combinación óptima de propiedades, se ha de llegar a un compromiso entre resistencia al desgaste y la tenacidad.

Los materiales de herramienta son variadísimos, y están en continua evolución. Aquí se van a clasificar en tres grandes grupos: Aceros rápidos (HSS), Metales duros (C), y Cerámicos (CC). El orden de citación ha sido el de resistencia al desgaste creciente, pero tenacidad decreciente.

Los aceros rápidos son aleaciones de  $Fe$ , se producen por fundición y tratamiento térmico. Se usan para herramientas monobloque y para corte interrumpido. Trabajan hasta temperaturas de 600  $^{\circ}C$ .

Los metales duros son carburos cementados en una matriz de cobalto, se producen por procedimientos pulvimetalúrgicos, se proporcionan en forma de plaquitas, ajustables a barras portaherramientas. Pueden trabajar hasta temperaturas de 1200  $^{\circ}C$ .

La norma ISO/TC29 ha clasificado estos materiales en tres grupos P (para mecanizar materiales dúctiles), M (para mecanizar materiales abrasivos), y K (para mecanizar materiales frágiles). Y los numera según la calidad que viene dada por su resistencia al desgaste de 01 a 50. Cuanto mayor es el número menor resistencia al desgaste tendrá.

Dentro del grupo de los materiales cerámicos se encuentran los cermets, el Nitruro de Boro Cúbico (CBN), el diamante policristalino, . . . Tiene la ventaja de que aguantan muy altas temperaturas (hasta 2000  $^{\circ}C$ ), tienen poca afinidad con los metales, y son muy duros. Tienen el inconveniente de ser muy frágiles, tienen baja conductividad térmica, por lo que se calientan antes.

### 3.11. Maquinabilidad de materiales

El criterio para establecer que un material es más maquinable que otro puede obedecer a distintos criterios: la potencia requerida, la forma de la viruta, el acabado superficial, . . . Sin embargo, el más usado es el de desgaste de la herramienta: un material es maquinable cuando desgasta poco la herramienta.

Los aceros se suelen alea con  $S$ ,  $Pb$ ,  $Te$ , . . . A alta temperatura, forman inclusiones que lubrican la superficie entre la viruta y la herramienta.

Muchas aleaciones (aceros inoxidable, Aluminios aleados, . . .) tienen microestructuras con fases abrasivas que desgastan la herramienta.

### 3.12. Rugosidad superficial

Según la información de la geometría de la herramienta y el patrón de movimientos se puede conocer la rugosidad superficial ideal. Sin embargo, debido a efectos

microestructurales, recrecimiento de filo, . . . , la rugosidad superficial natural es mayor que la ideal, aproximándose a ésta conforme la velocidad aumenta. La rugosidad natural puede también variar por diversas irregularidades en el corte.

Se va estudiar la rugosidad superficial dejada en la pieza según sea la huella de tipo angular, o de tipo circular.

### 3.13. Problemas de mecanizado

1. Una herramienta de torno con punta angular, donde  $\kappa_r = 60^\circ$  y  $f = 0,05$  mm/rev. ¿Cuál debe ser el ángulo de filo secundario para obtener una rugosidad media  $R_a = 3 \mu\text{m}$  bajo condiciones ideales?

R:  $\kappa_r = 15,57^\circ$

2. En una operación de torneado de un cilindro  $\phi 70 \times 300$  mm el avance es de 0.25 mm/rev y la velocidad de corte de 1 m/s. La fuerza de corte está limitada a 3 kN y la energía específica de corte del material es de 2000 MPa. Calcular:

- a) El tiempo de realización de la operación.
- b) La profundidad máxima de pasada.

R: 263.9 s; 6 mm

3. En una operación de taladrado con una broca de dos filos, la velocidad angular  $n_t = 300$  r.p.m., el avance es  $f = 0,2$  mm/rev, el ángulo de filo principal  $\kappa_r = 60^\circ$ , el diámetro de la broca es  $d_t = 12$  mm. Si la energía específica de corte del material que está cortando es  $p_s = 3000$  MPa.

Calcular:

- a) La tasa de arranque.
- b) El espesor de viruta no deformado.
- c) El par motor de la taladradora.

R:  $113.1 \text{ mm}^3/\text{s}$ ; 0.087 mm; 10.8 N·m

4. En una operación de cilindrado la vida de la herramienta obedece a la siguiente ecuación de Taylor  $t = v^{-0,3} f^{-0,8} a_p^{-0,1}$  estando  $v$ ,  $f$ , y  $a_p$  en unidades S.I.

Estimar el efecto en % sobre la vida de la herramienta, al duplicar la tasa de arranque incrementando:

- a) La velocidad.
- b) El avance.
- c) La profundidad de corte.

R: 87%; 43%; 7%

5. En una operación de torneado, se reduce el diámetro de un cilindro  $\phi 40 \times 70$  a 35 mm. Primero mediante una pasada de desbaste hasta un diámetro de 36 mm y después mediante una pasada de acabado hasta el diámetro final. La herramienta tiene un radio de punta de 2 mm y el ángulo de posición de filo es  $\kappa_r = 75^\circ$ . La máquina tiene una potencia máxima de 5 kW. La energía específica de corte viene dada en función del espesor de viruta mediante la siguiente expresión:

$$p_s = 3000 \left[ \frac{0,4}{a_c} \right]^{0,29}$$

viniendo  $a_{cmax}$  en mm, y  $p_s$  en MPa

Determinar:

- a) El avance máximo en la pasada de desbaste si la velocidad de corte es de 70 m/min.
  - b) El avance máximo en la pasada de acabado si la rugosidad superficial a conseguir es de  $R_a = 5 \mu\text{m}$ .
6. Un redondo de 80 mm de diámetro se rebaja a en una pasada a 75 mm de diámetro a lo largo de una longitud de 150 mm. La energía específica de corte del material de trabajo es de 2000 MPa. El avance es de 0.25 mm/rev y la velocidad angular del husillo es de 300 rpm. Calcular:
- a) El tiempo de realización de la operación
  - b) El par motor y la potencia necesaria para realizar dicha operación.
7. En una operación de escuadrado con fresa periférica (Figura 8.1), según el dibujo de la figura con  $a_p = 30$  mm y  $a_e = 5$  mm, la pieza tiene una longitud de 50 mm y una energía específica de corte  $p_s = 2000$  MPa. La fresadora tiene 10 dientes y un diámetro de 50 mm. Determinar el avance en mm/rev para que la rugosidad superficial sea  $R_t = 0,2 \mu\text{m}$ . Calcular en este caso el espesor máximo de viruta.

R: 2 mm/rev; 0.12 mm

8. Con los datos del problema anterior y sabiendo que la potencia máxima de la máquina es de 3 kW y la velocidad de la fresa es de 100 r.p.m. Determinar el avance máximo en mm/rev y el tiempo de mecanizado.

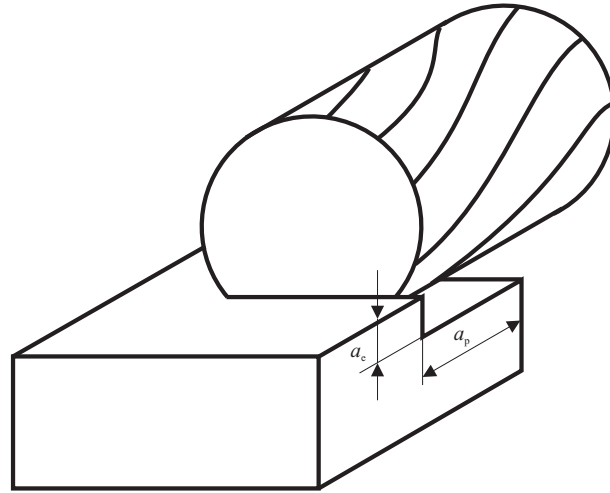


Figura 3.5: Fresado periférico

R: 6 mm/rev; 6.5 s

9. En un fresado periférico la fresa tiene 20 dientes y su diámetro es de 200 mm. La velocidad de rotación es de 5 rev/s, el avance 1.3 mm/s, la penetración 6 mm, y el ancho de la pieza de 50 mm. La relación entre el espesor máximo de viruta no deformado  $a_{cmax}$  y la energía específica de corte viene dado por:

$$p_s = 1,4 \left( 1 + \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{a_{cmax}} \right) \quad (3.7)$$

viniendo  $a_{cmax}$  en m, y  $p_s$  en GJ/m<sup>3</sup>.

Estimar:

- a) La tasa máxima de arranque.
  - b) La potencia mínima en kW requerida por la operación
10. En una operación de fresado periférico, se establecen las siguientes condiciones: velocidad de rotación es de 2.8 rev/s, el avance 2 mm/s, la penetración 10 mm, el ancho de la pieza de 50 mm, la longitud de la pieza 150 mm, el diámetro de la fresa 40 mm, n<sup>o</sup> de dientes de la fresa 10. La relación entre el espesor máximo de viruta no deformado  $a_{cmax}$  y la energía específica de corte viene dada por:

$$p_s = 3000 \left[ \frac{0,4}{a_{cmed}} \right]^{0,29} \quad (3.8)$$

viniendo  $a_{cmed}$  en mm, y  $p_s$  en MPa

Estimar:

- a) La potencia requerida por la máquina si tiene una rendimiento del 80 %
  - b) Tiempo de mecanizado
11. En una operación de fresado periférico, la pieza de trabajo tiene un ancho de 75 mm y una longitud de 200 mm, y se ha de rebajar su espesor 5 mm en una pasada. La fresa tiene 50 mm de diámetro y 3 dientes, la potencia nominal de la fresadora es de 3 kW y la energía específica de corte es de 3.6 GJ/m<sup>3</sup>.

Determinar:

- a) La máxima velocidad de avance.
  - b) La velocidad angular de la rueda para que la rugosidad superficial teórica  $R_t$  sea inferior a 1.5  $\mu\text{m}$ .
  - c) El tiempo de mecanizado de la pieza.
12. En una operación de fresado frontal, la profundidad de corte es 5 mm la velocidad de avance 0.67 mm/s, el ancho de la pieza 50 mm, y la fresa tiene 20 dientes con un diámetro de 800 mm. La velocidad de corte es de 1 m/s.

Calcular:

- a) Velocidad angular de la fresa
- b) Tasa de arranque máxima
- c) tiempo necesario para mecanizar 100 piezas de longitud 150 mm si el tiempo de carga y descarga es de 180 s.





# Planificación de la fabricación

### 4.1. Introducción

La producción de una pieza o componente debe seguir unos criterios relacionados con la calidad, tanto en el cumplimiento de las especificaciones de la pieza como en la calidad del servicio al realizarla en el plazo estimado, y el coste final.

Normalmente la fabricación se lleva a cabo en un entorno específico: una fábrica, unas máquinas, unos operarios, los plazos de entrega, las auditorías, suministros, etc. Además no suele fabricarse una pieza sólo sino muchas u lo suficientemente variadas, aunque las fábricas se están especializando en piezas semejantes agrupadas en familias. Para satisfacer los objetivos de calidad precio y plazo, se han de optimizar y ordenar las múltiples acciones que se deben llevar a cabo. Esta ordenación o planificación se establece en cinco niveles distintos:

1. **Planificación de la producción.** En esta etapa se realiza un listado de productos a fabricar, el plazo en el que hay que suministrarlos, y en qué cantidades.
2. **Planificación de pedidos.** En esta etapa se realiza la hoja de balance en el que se planifican las actividades para cumplir con el plan de producción. En concreto, se planifican los componentes cuya fabricación se subcontrata, los suministros necesarios (MRP), los accesorios y la mano de obra.
3. **Planificación de capacidad.** En esta parte se establecen los horarios y secuencias de tareas, para cumplir con las fechas de entrega, se establece el capital necesario para mantener la producción, la reducción de tiempos muertos y perezosos de las máquinas, así como tener previsto las soluciones a problemas que pudieran aparecer.

4. **Planificación de procesos.** Para cada componente en particular se seleccionan y se definen al detalle las preformas y los procesos a realizar para la su transformación en productos finales listos para el montaje. En esta parte se definen procesos factibles y se determinan los tiempos y plazos de fabricación.
5. **Planificación de operaciones.** En esta parte se define la documentación a partir de los datos dados en la planificación de procesos. Se suelen usar:
  - La Hoja de Ruta. Es el documento que acompaña al lote de fabricación y donde se señalan los tiempos, los controles de calidad y todas las incidencias que hayan podido ocurrir.
  - La Ficha de Operación. Por cada operación se realiza una ficha con todos los detalles de ésta. Suele recibir otros nombres en las fábricas como Gamas, o Instrucción de Control de Calidad de Procedimientos (ICCP).

## 4.2. Partes de la planificación de procesos

## 4.3. Estudio de la información geométrica del plano

Antes de realizar operación alguna, se debe determinar la fabricabilidad de la pieza, ya que en el contrato el fabricante se compromete a asegurar el cumplimiento de las especificaciones del plano.

En primer lugar se deben contrastar la validez de los procesos disponibles estudiando las cotas críticas y decidiendo los puntos de amarre para conseguirlas.

Se han de tener en cuenta si se tienen que realizar operaciones intermedias como tratamientos térmicos, si se han de diseñar amarres especiales, etc.

Por último y como cosa importante se han de prever los instrumentos de control necesarios para el control de calidad antes de dar salida al producto.

Para realizar bien este estudio previo a la fabricación se va describir una metodología que conviene utilizar sobretodo para los planificadores noveles. Los pasos a seguir son:

- Numeración de las superficies a mecanizar
- Análisis de las especificaciones de las superficies
- Análisis de la preforma necesaria.
- Análisis del resto de las especificaciones.

### 4.3.1. Numeración de superficies

En el plano se numeran todas las superficies que tienen especificaciones propias. Es decir, las que tienen algo característico que la distingue de las demás. En esta etapa más vale pasarse de más que de menos.

### 4.3.2. Análisis de las especificaciones de las superficies

Las superficies vendrán caracterizadas por distintos parámetros que señalan características de:

- Acabado superficial. Habitualmente se señalan sus características de Rugosidad media  $R_a$  y textura.
- Tolerancias dimensionales. Valores máximos y mínimos señaladas habitualmente en las cotas. Estas tolerancias pueden estar indefinidas por que esa superficie no es funcional, pueden ser unilímites, o pueden estar perfectamente definidas señalando su máximo y su mínimo. Estas cotas dimensionales también se pueden clasificar en:
  - Intrínsecas a las superficies
  - De posición relativa entre superficies mecanizadas
  - De posición relativas entre superficies en bruto y mecanizadas
- Tolerancias geométricas. Son tolerancias de forma y posición las cuales condicionan la máquina utilizada, el amarre, la secuencia de operaciones, las condiciones de corte, . . . .

Ayuda a realizar este estudio la realización de una tabla resumen en la que se observe que todas las superficies están determinadas, así como ver de forma ordenada las superficies con tolerancias más críticas.

### 4.3.3. Análisis de la preforma

Para elegir la preforma a partir de la cual se va a fabricar la pieza, se debe elegir:

- Tipo de material: Del cual se deben tener datos sobre su maquinabilidad, sus tratamientos térmicos su los necesitara, así como la capacidad de soportar aprietos por parte de los amarres.
- Forma y dimensiones: Se han de tener en cuenta su deformabilidad, mediante el Módulo de Young  $E$ , la dificultad del amarre, el acceso de las herramientas a todas las superficies a mecanizar, así como el comportamiento vibracional del conjunto herramienta-pieza durante el mecanizado.

La preforma tiene unas dimensiones mayores que las del sólido que circumscribe a la pieza a fabricar. Ese sobredimensionamiento se denomina creces. Dependiendo de la procedencia de la preforma se recomiendan unas creces u otras según se señala en la Tabla 2.

En la misma tabla se puede observar la posibilidad de obtener tolerancias sin mecanizar.

Para la elección del bruto se tendrá en cuenta la disponibilidad comercial, así como el tamaño del lote que se fabrica.

#### 4.4. Determinación de los volúmenes de mecanizado. Asociación de superficies

A partir de la geometría de la preforma, se señalan los volúmenes que sobran para conseguir la pieza final. Estos volúmenes se numeran y se relacionan con las posibles operaciones de mecanizado capaces de arrancarlo.

Para conocer cuales de estas operaciones son capaces de conseguir las especificaciones de las superficies, se realiza la asociación de las superficies a dichos volúmenes. Algunos volúmenes tendrán varias superficies asociadas por lo que se puede estudiar si se puede realizar el mecanizado simultáneo de dichas superficies, ahorrando operaciones.

En esta etapa no se tienen en cuenta tolerancias y se trata simplemente de ver posibilidades y planes alternativos.

Esta asociación de superficies se puede realizar de forma gráfica como se muestra en la figura. Algunos volúmenes se pueden mecanizar por una u otra operación según la secuencia elegida.

#### 4.5. Determinación de procesos y secuencia de mecanizado

En esta etapa de la planificación se intenta determinar todas las operaciones necesarias y ordenarlas.

En el siguiente esquema se indican los factores y las consideraciones que pueden entrar en juego a la hora de seleccionar las operaciones y seleccionar su orden.

- Factores tecnológicos de las máquinas
  - Tipos de superficies realizables
  - Asociación de superficies (nº de herramientas, trayectorias)
  - Dispersión de posicionado de los cursos
  - Capacidades y condiciones de corte posibles
  - Calidades superficiales
- Factores tecnológicos de las herramientas
  - Operaciones de desbaste y acabado
  - Material a mecanizar y desgaste de la herramienta
  - Condiciones de corte y trayectorias posibles
  - Calidad superficial obtenible
- Factores tecnológicos de los utillajes
  - Amarre y posicionado de piezas

- Amarre y posicionado de herramientas
- Facilidad y seguridad de uso
- Factores económicos: Valor hora máquina, tamaño de lote, frecuencia de lanzamiento, Plazo de entrega, ...
- Factores físicos: Peso de la pieza, material, deformabilidad
- Factores geométricos: Creces del material, exigencias de superficie, Precisión dimensional y geométrica

La rugosidad superficial determina por ejemplo si es necesario dar una pasada de acabado para conseguir la calidad superficial especificada. Para ello existen tablas y gráficas que ayudan a discernir en función de la máquina que se use.

Después de determinar todas las operaciones necesarias para realizar la pieza, se ordenan de forma que hayan el menor número de Fases posibles y el menor número de subfases posibles. Siendo una fase el trabajo realizado en una máquina, y la subfase el trabajo realizado en una máquina y en un amarre. Las operaciones son las partes elementales.

Siempre se han de cumplir las relaciones de precedencia, para que la pieza sea fabricable. Estas relaciones de precedencia vienen impuesta por razones como:

- No se puede realizar una operación de acabado si antes no se ha realizado el desbaste
- Hay volúmenes que para mecanizarlos se requiere que se hayan mecanizado otros por accesibilidad de las herramientas
- ...

Para determinar el orden de subfases se han de determinar las superficies de referencia, a partir de la tabla resumen de estudio de las superficies. Una superficie de referencia es aquella a la que están referidas la posición y forma de otras superficies. Estas superficies tienen un papel importante en el amarre a partir del cual se mecanizan las superficies a ellas referidas.

Se han de cuantificar las operaciones que se pueden realizar en el mismo amarre. Las operaciones también se ordenan de forma que se mecanizan primero:

- Las superficies de referencia, en donde se va a apoyar la pieza en los sucesivos amarres.
- Las superficies con tolerancias dimensionales más estrechas, ya que son el origen de la mayor parte de los rechazos, y éstos es preferible que ocurran antes.
- Las tolerancias de forma suelen ser más fáciles de conseguir que las dimensionales, con lo que se mecanizarán después.

Para la realización de esta etapa también se puede recurrir a procedimientos gráficos.

## 4.6. Selección de superficies de referencia y sujeción

El montaje de la pieza en la máquina debe ser precisa, estable, reduciendo al máximo la incertidumbre en su posicionamiento.

Para la sujeción de la pieza y de la herramienta se sigue el principio de isostaticidad, con el fin de que no haya desplazamientos incontrolados. Esto significa que a la pieza se le restringen los seis grados de libertad (3 traslaciones, y 3 rotaciones)

De este modo al amarrar una pieza prismática en una fresadora se tiene:

- 3 apoyos no alineados definen un plano (A, sujeción)
- 2 apoyos determinan la línea (B, alineación)
- 1 apoyo materializa un punto (C, tope)

En una pieza de revolución corta ( $L/D < 3$ ) se definen:

- 3 apoyos definen el plano (A)
- 2 apoyos sobre la cara (B, centrado)
- 1 apoyo sobre la cara (C, posicionamiento)

Y cuando la pieza de revolución se larga ( $L/D > 3$ ):

- 4 apoyos sobre la superficie de revolución (A, centrado y alineación)
- 1 apoyo sobre la cara (B, testa o tope)
- 1 apoyo para posicionado angular (C, posicionamiento)

Para la representación gráfica de los puntos de sujeción y comprobación de que se pueden cumplir las especificaciones de fabricación y las herramientas son accesibles a las superficies a mecanizar se cuenta con un código de símbolos normalizado.

La norma NFE 04-013 propone la utilización de dos tipos de símbolos distintos, de significado bien preciso y que especifican unívocamente tres aspectos diferentes.

- La simbología de la eliminación de los grados de libertad que se indican en los croquis de las hojas de análisis o de la preparación del trabajo.
- La simbolización de los elementos tecnológicos de apoyo y sujeción de la pieza durante las operaciones de mecanizado y de control que definen los útiles necesarios.

El símbolo base es una flecha. La proyección del símbolo es un círculo u otra traza, con rallado cruzado.

El SIMBOLO BASE se coloca sobre la superficie especificada o sobre una línea de cota del lado libre de dicha superficie. El segmento recto de la flecha es normal a la misma conservando así la idea de "normal de localización".

Cada SÍMBOLO base elimina un grado de libertad, así pues la puesta en posición de una pieza tal como hemos indicado anteriormente, será necesario eliminar como máximo seis grados de libertad.

Cada superficie recibirá tantos símbolos como grados de libertad se deban eliminar en ella, bien entendido que siempre se tienen que respetar las reglas establecidas en las CONDICIONES DE ISOSTATICIDAD.

Es recomendable:

- Numerar de 1 a 6 los símbolos.
- Limitar el número de símbolos a los necesarios para realizar cada subfase.
- Indicar la precisión que debe asegurar el procedimiento.
- Simplificar la representación, inscribiendo en un cuadro el nº de grados de libertad que se eliminan siempre que no existan distintas posibilidades de interpretación.
- En ningún caso los dos tipos de símbolos ( flecha sólo y flechas con cuadrado) deben emplearse simultáneamente.
- En el caso de la eliminación directa de un grado de libertad de rotación se debe de utilizar un arco con flecha en las diferentes proyecciones.

Para seleccionar las superficies de referencia sobre las que localizar la pieza se parte del diagrama de subfases que relaciona las superficies generadas en las distintas operaciones. De modo que la pieza se procura que apoye sobre las superficies en las que existe alguna relación dimensional o geométrica con las superficies que se vayan a generar.

## 4.7. Selección de máquinas herramientas

Establecer las restricciones técnicas por las características que debe cumplir la máquina herramienta para poder realizar la pieza. Esto se establece estudiando la capacidad, precisión, y equipamiento mínimo necesario para las operaciones.

Se definen también la capacidad productiva, estableciendo el tiempo de preparación flexibilidad necesaria de la máquina, nivel de especialización del operario.

Se definen las restricciones económicas, como los costes de planificación de procesos y programas, El coste hora-máquina, el coste de utillajes y herramientas, costes de amarre y otros costes indirectos.

Teniendo en cuenta todo lo anterior se selecciona la máquina para que la carga del taller esté equilibrada, o bien se decide subcontratar el trabajo.

## 4.8. Selección de herramientas

Primero se procede a la selección del porta herramientas para cada operación, y después se selecciona la plaquita necesaria.

## 4.9. Establecimiento de los datos de corte

En operaciones de mecanizado, una de las fases de la planificación de procesos es especificar los datos de corte, es decir, la profundidad de pasada, el avance y la velocidad de corte.

Estas condiciones influyen en las fuerzas de corte y potencias (que vendrán limitados por las máquinas y amarres) y en la vida de herramienta. Todo ello influirá en el tiempo de producción y en el coste.

La profundidad de pasada seleccionada será la máxima permitida por las fuerzas de corte y las características técnicas de la herramienta. Esto es así, para reducir la máximo el número de reposicionamientos de la herramienta, y aprovechar al máximo el ancho del filo.

El avance será el máximo, condicionado por las fuerzas de corte, la potencia, y la rugosidad superficial permitida en el acabado de la pieza.

El papel de la velocidad de corte es más complejo pues influye en la forma del corte (es necesaria una velocidad mínima para que la viruta sea continua), la potencia de corte, y en la vida del filo de la herramienta que suele seguir la ley de Taylor.

Además, puede interesar una velocidad u otra según el parámetro que se quiera optimizar, ya sea el tiempo promedio por pieza (que daría la máxima productividad), el coste promedio por pieza (que daría el régimen económico de mínimo coste), o el flujo de beneficios (que daría el régimen de máxima eficiencia). Estas variables se detallan al final de este capítulo.

## 4.10. Elección o diseño de utillaje

Dentro de la fase de diseño de la sujeción se pueden distinguir las siguientes etapas:

1. Selección de la sujeción
  - Análisis de la información de entrada
  - Seleccionar los datos de localización
  - Selección de los métodos
  - Diseñar los mecanismos y aparatos
  - Diseño de la configuración del amarre.
2. Análisis del amarre
  - Estudio de precisión de la operación
  - Cálculo mecánico del amarre
  - Comprobación de daño a la pieza
3. Salida del diseño del amarre



- Dibujo de conjunto del amarre
- Dibujo de los componentes del amarre
- Listado de los componentes normalizados
- Instrucciones de control de calidad

#### 4.10.1. Funciones del amarre

En los procesos de mecanizado, el aseguramiento geométrico de una parte depende principalmente de la posición relativa de la pieza y la herramienta. El requisito principal de un amarre es localizar una pieza en una posición dada dentro de la bancada de la máquina-herramienta. Para ello se utilizan distintos utillajes que, en contacto con las distintas superficies de la pieza restringen los seis grados de libertad (lineales y rotacionales). Esta posición se ha de asegurar contra las fuerzas de corte, vibraciones, etc., por lo que el amarre debe ser suficientemente rígido y estable.

Se ha de procurar que a lo largo del proceso las superficies acabadas que se utilizan como referencia, y por lo tanto de apoyo, en operaciones posteriores no resultan dañadas por indentaciones que producen los propios utillajes.

Otro tipo de requisitos se suele pedir al amarre son la facilidad de cargar y descargar la pieza, operación de montaje simple y segura, coste reducido, facilitar la automatización de la sujeción de la pieza, . . . .

#### 4.10.2. Importancia de un buen diseño del amarre en fabricación

Los amarres son importantes tanto para la la fabricación tradicional como para los modernos Sistemas de Fabricación Flexible. Afectan directamente a la calidad, productividad y coste de los productos. El tiempo empleado en el diseño y la fabricación de los amarres influye en la mejora y desarrollo de los productos.

Un buen diseño de amarre, por lo tanto, debe:

- Prever, en la medida de lo posible, su capacidad para fabricar dentro de tolerancia, estimando el valor medio y la varianza de las cotas dimensionales o geométricas después del proceso.
- Configurar los amarres asegurando la fijación de la pieza. Esto requerirá un análisis mecánico: Determinación de las fuerzas de apriete y las fuerzas de fijación.
- Facilitar el control en entornos automatizados. Teniendo datos concretos de fuerzas de apriete mínima y máxima.
- Diseñar el contacto para que no se produzcan indentaciones en superficies acabadas, y evitar deslizamiento cuando así se requiera.
- . . .
- Influencia en la calidad, productividad, y el coste.

## 4.11. Otras operaciones

Las otras operaciones necesarias para completar la planificación del proceso de fabricación son:

- Confección del programa de máquina
- Plan de Control de Calidad
- Cálculo de tiempos y de costes totales.

## 4.12. Cálculo de tiempos y costes de fabricación

### 4.12.1. Tiempo de producción

El tiempo de producción de un lote de  $N_b$  piezas será la suma de los siguientes componentes:

- Tiempo de arranque de viruta:  $N_b \cdot t_m$
- Tiempo de no arranque de viruta común a todas las piezas:  $N_b \cdot t_l$
- Tiempo invertido en los cambios de herramienta:  $N_t \cdot t_{ct}$

El tiempo de arranque de viruta por pieza  $t_m$  depende de la velocidad de corte, si ésta es continua será inversamente proporcional a ésta.

El tiempo de no arranque de viruta común a todas las piezas  $t_l$  hace referencia a los tiempos de carga y descarga de pieza, y a los reposicionamientos de las herramientas entre pasadas. Es el tiempo de producción en el que no se está desgastando la herramienta.

El número de herramientas invertidas en la fabricación de un lote será tal que queden desgastadas cada vez que se cambien:

$$N_t \cdot t = N_b \cdot t_m \quad (4.1)$$

siendo  $t$  la vida de cada uno de los filos de la herramienta que depende de la velocidad de corte según la ley de Taylor.

El tiempo promedio por pieza será:

$$t_{pc} = t_l + t_m + \frac{N_t}{N_b} \cdot t_{ct} \quad (4.2)$$

Al tiempo correspondiente por cada pieza, se le ha añadido la fracción correspondiente al cambio de herramienta que se realizará cada  $N_b/N_t$  piezas.

### 4.12.2. Coste de producción

En el coste de producción entran los siguientes factores:

- Coste medio por filo de herramienta  $C_t$
- Tasa horaria de la máquina  $M$  que son los gastos de la máquina sólo por existir: amortizaciones, salarios de operarios, gastos de mantenimiento, gastos generales, ...
- Materia prima y energía. Estos gastos son fijos por pieza y no dependen de la velocidad de corte y que todas las piezas del lote provienen de la misma proforma (materia prima), y además se les arranca la misma cantidad de material por operación (misma energía específica de corte y misma cantidad de material arrancado)

Así pues el coste variable promedio por pieza será:

$$C_{pr} = M \cdot t_{pr} + \frac{N_t}{N_b} \cdot C_t \quad (4.3)$$

### 4.12.3. Eficiencia económica

Es el beneficio económico obtenido por unidad de tiempo. Muchas veces no importa tanto la reducción del costo como la maximización del beneficio por unidad de tiempo. Si el precio de venta de cada pieza es  $S$ , la eficiencia económica por pieza será:

$$\frac{S - C_{pr}}{t_{pr}} \quad (4.4)$$

### 4.12.4. Selección de la velocidad de corte

Las expresiones de tiempo, coste y eficiencia se pueden expresar en función de la velocidad de corte para cada una de las operaciones. Ya que las piezas constan de distintas operaciones, cada una de las cuales tiene distinta velocidad y distintas herramientas, la operación de optimización requiere derivadas parciales de las distintas velocidades. El problema es habitualmente desacoplable con lo que basta la optimización de cada una de las operaciones por separado obteniendo su optimización para los diferentes criterios.

Los distintos criterios para la selección de la velocidad óptima pueden ser los siguientes:

- Máxima productividad. Equivale a hacer mínimo el tiempo promedio por pieza, permitiendo que salgan mayor número de piezas para el mismo tiempo. Este criterio se suele escoger cuando se está ya fuera de plazo en la entrega del componente. Suele ser caro pues consume muchas herramientas.

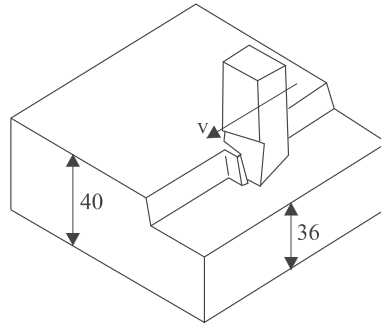


Figura 4.1: Limado

- **Mínimo coste.** Es el régimen para el cual la pieza cuesta el mínimo tiempo y, por lo tanto, se consigue el mayor beneficio. Se suele escoger este régimen cuando la máquina no tiene ninguna prisa en acabar pues se prevee que puede tener tiempos muertos.
- **Máxima rentabilidad.** En este régimen se maximiza la eficiencia, de forma que se maximiza el beneficio ( o se minimizan las pérdidas) por unidad de tiempo. Suele ser oportuno cuando no va a faltar trabajo a la máquina y tampoco aprietan los plazos.

Conviene, tener como datos de partida la velocidad de mínimo coste y la de máxima productividad. Entre ellas se suele establecer el régimen de funcionamiento, teniendo en cuenta los plazos y los tiempos muertos de la máquina herramienta.

### 4.13. Economía de mecanizado

1. En un planeado con limadora (Figura 8.2), se pretende rebajar un bloque de  $100 \times 100 \times 40$  a un espesor de 36 mm con un avance de 0.5 mm/pasada. La herramienta es de acero rápido con una ecuación de Taylor  $v \cdot t^{0,125} = 2,65$  ( $v$  y  $t$  en unidades S.I.). Su coste es de 24 €(incluidos reafilados), la máquina tiene una tasa horaria de 14 €/hora. El tiempo de cambio de herramienta es de 200 s. El tiempo que tarda en reposicionar la herramienta después de cada pasada es 1.5 veces el tiempo de corte en una pasada ( $t_l$  depende de la velocidad de corte), y el tiempo de carga-descarga de pieza que son 100 s. Calcular el tiempo por pieza de máxima productividad, y el mínimo coste de cada pieza.

$$R: (t_{pr})_p = 147.56 \text{ s}; (C_{pr})_e = 0.55 \text{ €}$$

2. En una operación de cilindrado de un lote de 1020 ejes  $\phi 76 \times 300$  mm con un avance  $f = 0,25$  mm/rev. La herramienta utilizada es un carburo con los siguientes parámetros de desgaste:  $n = 0,25$ ,  $v_r = 2$  m/s,  $t_r = 63$  s. La herramienta tiene un coste total de 1.25 € por afilado. La tasa horaria de la máquina es de 36 €. El tiempo de cambio de herramienta es  $t_{ct} = 100$  s. El tiempo de carga y descarga de pieza es  $t_l = 120$  s. Calcular el tiempo mínimo de fabricación del lote en horas, y el coste mínimo del lote.

R: 65 h; 1393 €

3. En ensayos de vida de herramienta con plaquitas de carburo y una pieza de acero, la vida de la herramienta se encontraron que era de 18.6 ks a  $v = 1$  m/s y de 363 s a 2 m/s. El coste de la plaquita es de 4.80 € y tiene 4 filos. El tiempo de cambio de filo es de 19 s y el de recambio de herramienta es 30 s.

a) Para una tasa horaria de 36 € ¿Cuál es la vida de la herramienta de mínimo coste?

b) ¿Qué velocidad dará esta vida?

4. El tiempo de mecanizado en una operación particular de torneado es 200 s y la herramienta debe cambiarse cada 5 piezas. El tiempo no productivo es 310 s y el tiempo de cambio de herramienta es 152 s. La velocidad de corte es 2.5 m/s y la herramienta es del tipo de plaquita soldada de carburo cuyo coste por afilado es 3 €. El exponente de Taylor es de 0.25

a) ¿Cuánto debería cambiar la velocidad de corte para trabajar a coste mínimo? (Tasa horaria 21.60 €)

b) ¿Cuánto se ahorrará por pieza trabajando a coste mínimo?

5. En una operación de fresado periférico, la fresa tiene 10 filos para planear una superficie de acero de 200 mm de longitud. El diámetro de la fresa es de 150 mm y es de acero rápido. El tiempo de cambio de cuchillas es de 5 min y la vida de la herramienta viene dada por  $vt^{0,125} = 2,61$  donde  $v$  y  $t$  vienen en unidades SI. La penetración es de 14 mm. La tasa horaria 24 €, donde las cuchillas cuestan 320 € y 12 € su reafilado. Las otras cuestan 120 € y 14.50 su reafilado. El nº de reafilados de todas la cuchillas es 20. El tiempo de carga y descarga es de 3 min.

a) Estimar el coste mínimo de producción y su tiempo correspondiente cuando la velocidad de avance es de 1 mm/rev.

b) Calcular los mismos datos si, mediante un utillaje especial, se reduce el tiempo de carga y descarga en 30 s.

6. En una operación con taladradora se pretenden realizar dos agujeros de 20 mm de profundidad y 5 mm de diámetro. El avance es de 0.1 mm/rev., la broca tiene 2 cuchillas de 6 € cada una. El tiempo de carga y descarga es

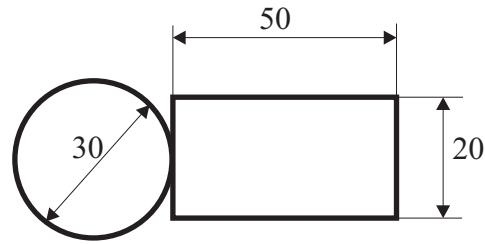


Figura 4.2: Fresado Frontal

de 30 s, el de cambio de herramienta es de 28 s, el tiempo de retroceso y reposicionamiento es de 6 s. La tasa horaria es de 6 €, y la ecuación de Taylor de cada cuchilla es  $v \cdot t^{0,25} = 2,65$  con expresiones en unidades S.I.

Determinar:

- a) El tiempo de fabricación promedio trabajando a coste mínimo.
  - b) La velocidad angular que tendrá la broca trabajando en este régimen en r.p.m.
7. En una operación de fresado frontal de la pieza de la figura 4.2. El avance es de 0.2 mm/rev., la fresa tiene 7 cuchillas de 6.5 € cada una. El tiempo de carga y descarga es de 30 s, el de cambio de herramienta es de 20 s, La tasa horaria es de 30 €, y la ecuación de Taylor de cada cuchilla es  $v \cdot t^{0,5} = 2,01$  con expresiones en unidades S.I.

Determinar:

- a) El tiempo de fabricación promedio trabajando a coste mínimo.
  - b) La velocidad angular que tendrá la fresa trabajando en este régimen.
8. Una máquina transfer de 1 estaciones tiene los siguientes parámetros:

Estación	L, m	$t_{ct}$ , s	$C_t$ , €	M, €/s
1	181	180	2.40	0.0036
2	243	60	3.60	0.0028
3	61	130	2.40	0.0046
4	91	120	5.53	0.0036
5	122	541	1.40	0,0036

La herramienta sigue la ley  $vt^{0,120} = 1,99$  donde  $v$  y  $t$  vienen en unidades SI, y el tiempo de indexación es 52 s.

Calcular el coste mínimo por pieza y el tiempo en cada estación.

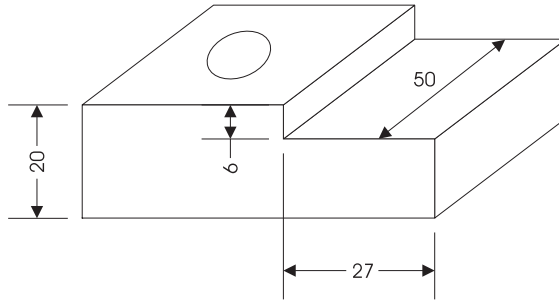


Figura 4.3: Fresado Frontal

9. Una máquina transfer de 2 estaciones, tiene que producir la pieza de la figura 9.

En la primera estación se realiza el escuadrado con una fresa periférica de  $d_t = 150$  mm,  $N=8$  dientes y avance  $f = 1$  mm/rev. El tiempo de cambio de herramienta es de 180 s.

En la segunda estación se realiza el taladrado con una broca de  $d_t = 40$  mm, un ángulo de posición  $\kappa_r = 90^\circ$  y un avance de  $f = 0,1$  mm/rev. El tiempo de cambio de herramienta es de 120 s.

Todos los filos tienen la siguiente ecuación de Taylor  $vt^{0,129} = 1,6$  donde  $v$  y  $t$  vienen en unidades SI, y el tiempo de indexación es 12 s.

Calcular el tiempo mínimo promedio por pieza y la velocidad de rotación de la herramienta en cada estación para este régimen.





# Diseño y análisis de utillajes de amarre

### 5.1. Elección o diseño de utillaje

Dentro de la fase de diseño de la sujeción se pueden distinguir las siguientes etapas:

1. Selección de la sujeción
  - Análisis de la información de entrada
  - Seleccionar los datos de localización
  - Selección de los métodos
  - Diseñar los mecanismos y aparatos
  - Diseño de la configuración del amarre.
2. Análisis del amarre
  - Estudio de precisión de la operación
  - Cálculo mecánico del amarre
  - Comprobación de daño a la pieza
3. Salida del diseño del amarre
  - Dibujo de conjunto del amarre
  - Dibujo de los componentes del amarre
  - Listado de los componentes normalizados
  - Instrucciones de control de calidad

### 5.1.1. Funciones del amarre

En los procesos de mecanizado, el aseguramiento geométrico de una parte depende principalmente de la posición relativa de la pieza y la herramienta. El requisito principal de un amarre es localizar una pieza en una posición dada dentro de la bancada de la máquina-herramienta. Para ello se utilizan distintos utillajes que, en contacto con las distintas superficies de la pieza restringen los seis grados de libertad (lineales y rotacionales). Esta posición se ha de asegurar contra las fuerzas de corte, vibraciones, etc., por lo que el amarre debe ser suficientemente rígido y estable.

Se ha de procurar que a lo largo del proceso las superficies acabadas que se utilizan como referencia, y por lo tanto de apoyo, en operaciones posteriores no resultan dañadas por indentaciones que producen los propios utillajes.

Otro tipo de requisitos se suele pedir al amarre son la facilidad de cargar y descargar la pieza, operación de montaje simple y segura, coste reducido, facilitar la automatización de la sujeción de la pieza, . . . .

### 5.1.2. Importancia de un buen diseño del amarre en fabricación

Los amarres son importantes tanto para la la fabricación tradicional como para los modernos Sistemas de Fabricación Flexible. Afectan directamente a la calidad, productividad y coste de los productos. El tiempo empleado en el diseño y la fabricación de los amarres influye en la mejora y desarrollo de los productos.

Un buen diseño de amarre, por lo tanto, debe:

- Prever, en la medida de lo posible, su capacidad para fabricar dentro de tolerancia, estimando el valor medio y la varianza de las cotas dimensionales o geométricas después del proceso.
- Configurar los amarres asegurando la fijación de la pieza. Esto requerirá un análisis mecánico: Determinación de las fuerzas de apriete y las fuerzas de fijación.
- Facilitar el control en entornos automatizados. Teniendo datos concretos de fuerzas de apriete mínima y máxima.
- Diseñar el contacto para que no se produzcan indentaciones en superficies acabadas, y evitar deslizamiento cuando así se requiera.
- . . .
- Influencia en la calidad, productividad, y el coste.

### 5.1.3. Selección de factores a analizar

Causas de fallos debidos al utillaje más habituales son las siguientes:

- Baja precisión dimensional en elementos que intervienen en el proceso
- Fuerza de apriete insuficiente
- Fuerza de apriete excesiva o geometría de contacto inconveniente
- Estimación errónea de los coeficientes de rozamiento
- Vibraciones cercanas a la frecuencia natural, ...

Estos fallos traen como consecuencia:

- Errores dimensionales y geométricos de la pieza (por desviación, o por dispersión)
- Deslizamiento de la pieza durante el proceso por relajamiento, bajo rozamiento ...
- Daño de la pieza: Indentaciones, desgaste por «fretting», fatiga, ...

De las causas fallos enumerados anteriormente, las tres primeras se pueden considerar las más críticas, son las que provocan los fallos más importantes en la fabricación, además requieren mayor dominio numérico para obtener los valores válidos que faciliten el control del proceso. Por lo tanto nos vamos a centrar en estos tres aspectos para establecer la metodología de análisis a emplear.

La selección de la fuerza de apriete será la mínima para tener garantías que la pieza no se va a mover, pero con cierto margen de seguridad sobre lo que podría provocar el daño a la pieza.

Los datos de la máquina herramienta utilizada no se han tenido en cuenta en los cálculos suponiendo que los fallos se deben a los utillajes y a su disposición. Tampoco se han tenido en cuenta en estos análisis las frecuencias naturales del conjunto amarre pieza incluyéndose este estudio en el cálculo de los coeficientes de seguridad.

#### 5.1.4. Metodología del análisis

La aplicación de estos principios a un amarre concreto, depende principalmente de la experiencia y la habilidad del diseñador del proceso. La disposición de herramientas de cálculo que permitan reproducir el comportamiento del amarre durante el proceso, ahorra mucho tiempo de diseño y pruebas de ensayo-error.

Los estudios que se van a realizar sobre el amarre son los fundamentales para que el proceso produzca productos de la máxima calidad:

1. Estudio de precisión de la operación
2. Cálculo mecánico del amarre
  - a) Determinación de las fuerzas de apriete

- b) Acción sobre los mecanismos de apriete
  - c) Distribución de fuerzas sobre superficies
3. Comprobación de daño a la pieza
- a) Geometría de contacto y presiones superficiales
  - b) Contacto hertziano: Entre cilindros y entre esferas
  - c) Contacto con deslizamiento parcial
  - d) Influencia de la rugosidad superficial
  - e) Tensiones de contacto:fluencia plástica superficial.

## 5.2. Estudio de la precisión de la operación de la operación

La principal función del amarre es localizar la pieza en la máquina de herramienta con el fin de que las superficies generadas por la herramienta cumplan las especificaciones dimensionales y geométricas de diseño. Estas especificaciones se han de traducir en datos de localización y programación de trayectoria de herramienta. Los datos de localización son los puntos, líneas y superficies que se usan como referencia para la generación de superficies.

La precisión de la operación vendrá dada por la concordancia de los datos de la pieza fabricada con:

- Datos de diseño: Basados en los requisitos de diseño y funcionalidad.
- Datos de Fabricación: usados para la operación, la localización y medición.

Para la localización se utiliza el principio de isostaticidad, es decir, para que un objeto esté bien situado en el espacio debe tener restringido los seis grados de libertad(3 rotaciones + 3 traslaciones). Estas restricciones se suelen realizar mediante apoyos, cada uno de los cuales restringe un grado de libertad mediante la fijación en el espacio de un punto. Un caso típico es el método 3-2-1 de sujeción de piezas prismáticas las cuales tienen un plano base que viene definido por 3 puntos de apoyo, el deslizamiento de la pieza en una dirección y su rotación se restringen mediante dos puntos definidos por una alineación, y el deslizamiento en la otra dirección se realizará mediante el sexto apoyo.

Para determinar la precisión de mecanizado se va a proceder a determinar cuáles son las fuentes de error, se analizará la incertidumbre de fabricación a partir de las incertidumbres de las fuentes de error.

Las fuentes de error de localización principales son las siguientes:

- posicionamiento de la herramienta
- planitud de la bancada

- **precisión dimensional del utillaje**
- **dimensión y forma de la pieza en las superficies usadas como referencia**
- colocación de la pieza mediante los utillajes

De entre estas fuentes de error se va a estudiar principalmente la tercera y cuarta de las enunciadas, ya que no dependen tanto de la máquina herramienta cuya precisión dependerá de cada una, y tampoco depende de la habilidad manual del operario. Además estas dos causas son las que van a variar el posicionamiento de las superficies de referencia respecto a una posición ideal que produciría piezas perfectas en una máquina herramienta perfecta.

Lo que se pretende con el presente estudio es determinar la capacidad de un diseño se sujeción determinado para fabricar dentro de tolerancia. Para ello se necesitará conocer la precisión dimensional del utillaje determinado mediante análisis metrológico, y la precisión de la preforma en sus superficies de apoyo que dependerá de la precisión de las operaciones anteriores.

La metodología de análisis sería la siguiente:

- (a) Posicionamiento real de las superficies de referencia. Lo cual vendrá determinado por la fiabilidad de utillajes y preforma
- (b) Posición de los puntos de cota. Que utilizará el cambio de sistema de referencia obtenido en el punto anterior
- (c) **Estimación de valor real de cota de fabricación**
- (d) **Estimación de incertidumbre de una cota de fabricación**

Los dos últimos datos estimados son aquellos que se obtendrían en un control de calidad y por lo tanto los que determinarían si la pieza o lote es aceptable o no.

### 5.2.1. Posicionamiento real de las superficies de referencia

Como se ha visto anteriormente, se supone que la máquina herramienta es perfecta, por lo que la posición del punto de corte, en un sistema de coordenadas con base en la bancada, será siempre la que se indique en el plano de diseño. Los errores serán introducidos por imprecisiones en el utillaje (dimensiones y posicionamiento) sobre los que apoyan las superficies de referencia que son origen de cota de la superficie mecanizada.

Una superficie de referencia puede ser en el método 3-2-1 (de posicionamiento de piezas prismáticas) una de las tres entidades siguientes:

- **Tope:** Definido por un punto en el espacio y por lo tanto el utillaje o la preforma puede introducir un error respecto a su posicionamiento ideal de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$

- Alineación: Definido por dos puntos por lo que además de los errores en la traslación de estos puntos se introduce un error geométrico de alineación de  $\alpha$
- Plano de apoyo: Definido por la posición de tres puntos por lo que además de la traslación de estos puntos se introduce el error de paralelismo definido por el giro de su vector director definido por los cosenos directores de  $+\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z$

Para iniciar el análisis se necesitarán los siguientes datos de partida de los puntos localizadores (puntos de apoyo en las superficies de referencia):

- Valor nominal. Sería la el posicionamiento ideal.
- Valor medio real (obtenido de la medición)
- Incertidumbre (con su constante  $K$ )

### 5.2.2. Posicionamiento de los puntos de cota

Según el principio de isostaticidad una pieza está perfectamente localizada a partir de sus apoyos. La imprecisión de los apoyos se traducirá en un cambio de sistema de referencia respecto al ideal. La posición del punto de corte, que viene dado por el programa de máquina, mecanizará un punto que en la medición final dependerá del posicionamiento de los apoyos. Así pues, las imprecisiones en el utillaje y en la preforma han introducido un cambio de sistema de referencia para la determinación del punto de corte: La herramienta corta según el sistema de ejes de la máquina pero la cota conseguida dependerá del sistema de referencia dado por el posicionamiento real de las superficies de referencia. Este nuevo posicionamiento de los puntos de cota se puede determinar por las matrices de transformación de coordenadas.

Una variación de posición en el espacio se puede traducir, según los principios de la cinemática en la traslación de un punto del objeto y una rotación alrededor de ese punto. Conociendo la diferencia de posición en la máquina herramienta con la posición ideal se pueden estimar los errores tanto dimensionales como los de forma.

Si se determina la variación de coordenadas de un punto del objeto al rotar un ángulo  $\alpha_x$

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & \text{sen } \alpha_x \\ 0 & -\text{sen } \alpha_x & \cos \alpha_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

Si aplicamos las siguientes matrices de transformación correspondientes a los giros respecto los ejes  $y$  ( $\alpha_y$ ) y  $z$  ( $\alpha_z$ ) sucesivamente quedará la siguiente coordenada del punto final respecto al inicial:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z \cos \alpha_y & \sin \alpha_z \cos \alpha_x - \cos \alpha_y \sin \alpha_y \sin \alpha_x & \cos \alpha_z \sin \alpha_y \cos \alpha_x + \sin \alpha_z \sin \alpha_x \\ -\sin \alpha_z \cos \alpha_y & \sin \alpha_z \sin \alpha_y \sin \alpha_x + \cos \alpha_z \cos \alpha_x & \cos \alpha_z \sin \alpha_x - \sin \alpha_z \sin \alpha_y \cos \alpha_x \\ -\sin \alpha_y & -\cos \alpha_y \sin \alpha_x & \cos \alpha_y \cos \alpha_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Si los ángulos son muy pequeños, en la matriz de transformación se pueden eliminar los términos cuadráticos de los senos y simplificar los cosenos a 1, además, añadiendo la traslación queda:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_z & \sin \alpha_y \\ -\sin \alpha_z & 1 & \sin \alpha_x \\ -\sin \alpha_y & -\sin \alpha_x & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

### 5.2.3. Valor de cota esperado

Una cota hace referencia a la distancia entre:

- Dos puntos
- Punto y plano
- Punto y línea
- Línea y plano

En la representación bidimensional, ya sea en el plano de diseño o en el plano de fabricación, los planos se proyectan en líneas, y éstas se definen por dos puntos. A la hora de medir una cota se suelen escoger los puntos extremos de esa cota por representar los posibles valores extremos en la comprobación de esa cota.

Por lo tanto, una superficie en un plano de fabricación viene representada por 2 puntos extremos ( $A$  y  $B$ ), cada uno de los cuales tendrá su posicionamiento respecto al sistema de referencia definido por el utillaje. En ese sistema de referencia se definirán las cotas  $d_A = z_{01} - z_A$  y  $d_B = z_{02} - z_B$  siendo  $z_{01}$  y  $z_{02}$  los puntos de referencia de las cotas de los puntos  $A$  y  $B$  respectivamente.

Cota de fabricación esperada será el valor del punto medio

$$d_{med} = \frac{d_A + d_B}{2} \quad (5.4)$$

### 5.2.4. Estimación de la incertidumbre de fabricación esperada

La determinación de la incertidumbre de fabricación esperada, se realizará mediante previa obtención de la varianza esperada mediante la Ley de Propagación de Varianzas (LPV) muy usada en metrología. De este modo se puede obtener el intervalo de confianza para un nivel de confianza similar a los que se han tenido en cuenta al obtener las incertidumbres de cada uno de los parámetros.

Ley de propagación de varianzas:

$$u_{\alpha}^2 = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial L}\right)^2 u_L^2 + \dots + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial m}\right)^2 u_m^2$$

la aplicación de esta ley tiene, entre otras, las siguientes ventajas:

- Permite determinar la influencia de un parámetro en el error global, mediante el análisis de cada uno de los sumandos.
- Es muy útil para planear estrategias con el fin de colocar la fabricación dentro de tolerancia

Esta ley se aplica al valor de cota esperado  $d_{med} = \frac{d_A + d_B}{2}$ , pero se ha de tener en cuenta que este valor sería el valor de la cota del punto medio entre  $A$  y  $B$ , por lo que no tiene en cuenta toda la superficie a la hora de determinar su variabilidad. Para ello se tiene en cuenta la desviación media que será:  $d_{des} = \frac{d_A - d_B}{2}$

La incertidumbre de cota será:  $U_d = K \sqrt{u_{dmed}^2 + u_{ddes}^2}$  siendo  $K$  el valor de la constante de incertidumbre (2 o 3 según el nivel de confianza que se esté persiguiendo).

### 5.2.5. Ejemplos Prácticos

#### Paralelismo del mecanizado de una superficie plana

En este ejemplo se va a determinar la inclinación de una superficie mecanizada sobre una máquina herramienta, debida a la imprecisión del utillaje empleado en la sujeción de la pieza. Se trata de mecanizar una superficie plana paralela a la de referencia, la cual se apoya en tres puntos mediante tres piezas las cuales tienen una medida determinada y una incertidumbre, sus cotas en  $z$  son 9.81, 10.22 y 10.18 mm y la desviación típica de todas ellas es  $u_z = 0,15$  mm. Los tres apoyos se han dispuesto para que formen un triángulo equilátero de lado  $L = 50$  mm con una desviación típica de posicionamiento de  $u_L = 1$  mm. Se sabe que la máquina herramienta tiene una desviación típica en cuanto capacidad de hacer superficies paralelas se supone de  $u_m = 0^\circ$ .

Para resolver el problema se va a proceder a determinar el vector director del plano resultante y a calcular el ángulo que forma con el perpendicular ideal. A continuación por el principio de propagación de varianzas se estima la incertidumbre de dicho ángulo.

Los vectores directores de los apoyos serán

$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \{0, 0, z_a\} \\ \vec{OB} &= \{L \cos(60^\circ), L \sin(60^\circ), z_b\} \\ \vec{OC} &= \{L, 0, z_c\} \end{aligned} \quad (5.5)$$



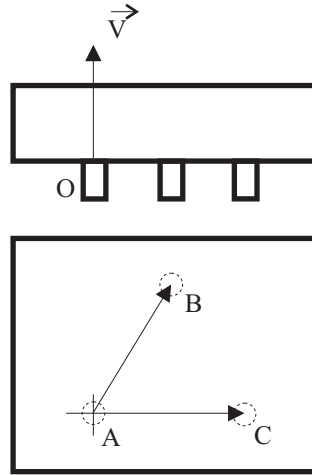


Figura 5.1: Alzado y perfil de pieza sujeta con 3 apoyos

El vector director del plano de los apoyos  $\vec{V}$  vendrá dado por el producto vectorial de los dos lados del triángulo rectángulo  $\vec{AB}$  y  $\vec{AC}$ :

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= \vec{OB} - \vec{OA} \\ \vec{AC} &= \vec{OC} - \vec{OA} \\ \vec{V} &= \vec{AB} \wedge \vec{AC} \end{aligned} \quad (5.6)$$

El ángulo que forma el plano de los apoyos vendrá dado por el arcocoseno del producto escalar de los vectores normalizados de  $\vec{V}$  y del eje  $OZ$  con lo que queda la siguiente expresión final:

$$\alpha = \arccos \left( \frac{L \sin(60^\circ)}{\sqrt{((-z_a + z_b) - (-z_a + z_c) \cos(60^\circ))^2 + (L \sin(60^\circ))^2 + ((-z_a + z_c) \sin(60^\circ))^2}} \right) \quad (5.7)$$

Aplicando los datos del problema el resultado es de  $0.52^\circ$ . Queda por determinar la incertidumbre de fabricación de esta magnitud en base a la incertidumbre en los apoyos y de la máquina herramienta. Para ello aplicamos la ley de propagación de varianzas (LPV).

Para aplicar la LPV se ha de derivar la función  $\alpha$  respecto a cada una de sus variables. La expresión resultante es gigantesca pero asequible gracias a los programas de matemáticas disponibles que permiten la derivación simbólica de las variables y su cálculo, de forma que se ha obtenido la influencia de la varianza de cada uno de los parámetros en el ángulo de inclinación del plano mecanizado:

$$u_\alpha^2 = \left( \frac{\partial \alpha}{\partial L} \right)^2 u_L^2 + \dots + u_m^2 \quad (5.8)$$

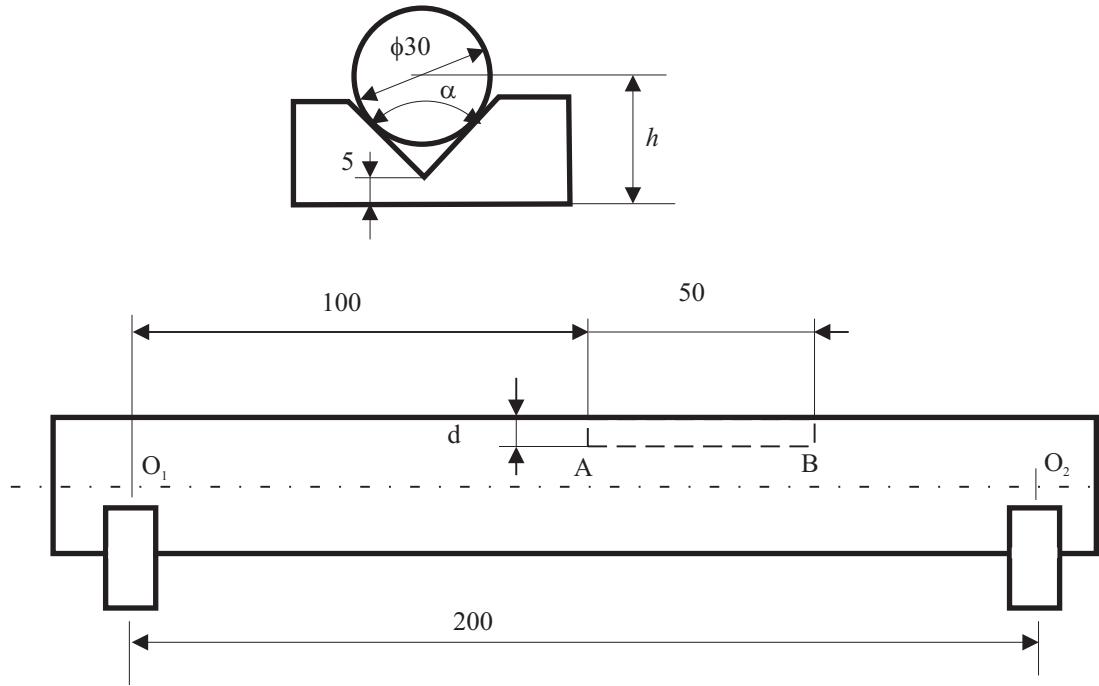


Figura 5.2: Alzado y perfil de eje y chaveta

Usando una constante  $K = 3$  se obtiene una incertidumbre de ángulo de inclinación:

$$U_{\alpha} = K u_{\alpha} = 1,81^{\circ} \quad (5.9)$$

### Incertidumbre en el mecanizado de un chavetero en un eje

En el siguiente ejemplo se va estudiar la profundidad de un chavetero de  $50 \times 6 \times 3$  que se mecaniza en un eje de diámetro  $D = 30,05$  mm con  $U_D = 0,04$  mm ( $K_D = 2$ ) que apoya en dos bloques en V distanciados una distancia  $L = 200$  mm. El vértice del primero de los bloques está a una distancia de la bancada de  $z_{o1} = 4,98$  mm y el segundo a  $z_{o2} = 5,05$  mm. Estos bloques en V tienen la misma incertidumbre de posicionamiento en  $z$  de  $U_z = 0,02$  mm ( $K_z = 2$ ), y su ángulo es de  $\beta = 90^{\circ}$  con una incertidumbre de  $U_{\beta} = 1^{\circ}$  ( $K_{\beta} = 2$ ). Si la chaveta está situada entre la cota en  $x$  de 100 y 150 mm, determinar el valor esperado de la profundidad del chavetero y el valor de su incertidumbre de fabricación.

Comenzamos resolviendo el problema de posicionamiento vertical del centro del cilindro en un bloque en V hasta su vértice.

$$h = \frac{D}{2 \operatorname{sen}(\beta/2)} + z_0 \quad (5.10)$$

La varianza asociada será

$$u_h = \sqrt{u_{z0}^2 + \left(\frac{u_D}{2 \operatorname{sen}(\beta/2)}\right)^2 + \left(\frac{Du_\beta}{4 \operatorname{tg}(\beta/2) \operatorname{sen}(\beta/2)}\right)^2} \quad (5.11)$$

Se establece el origen de coordenadas en el centro nominal de uno de los apoyos a una distancia de la bancada  $y_n$

$$y_n = 5 + \frac{30}{2 \operatorname{sen}(90^\circ/2)} \quad (5.12)$$

Las nuevas coordenadas del eje de simetría pasando por los apoyos son:

$$\begin{aligned} y_o &= h_1 - y_n \\ y_{o2} &= h_2 - y_n \end{aligned} \quad (5.13)$$

Respecto al ángulo que forma el eje se tiene que

$$\alpha = \operatorname{arcsen} \frac{y_o - y_{o2}}{L} \quad (5.14)$$

y su varianza será

$$u_\alpha = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{(y_o - y_{o2})^2 u_L^2 + 2L^2 u_h^2}{1 - \left(\frac{y_o - y_{o2}}{L}\right)^2}} \quad (5.15)$$

A partir del ángulo  $\alpha$  se puede obtener la cota  $d$  a partir de la coordenada de los puntos A y B.

$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \left\{100, \frac{D}{2} - d\right\} \\ \vec{OB} &= \left\{100 + 50, \frac{D}{2} - d\right\} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Aplicando la matriz de transformación de coordenadas de la ec. (5.3) se obtienen las siguientes coordenadas en  $y$ :

$$\begin{aligned} y_A &= D/2 - d + y_o - 100 \operatorname{sen} \alpha \\ y_B &= D/2 - d + y_o - (100 + 50) \operatorname{sen} \alpha \end{aligned} \quad (5.17)$$

La cota  $d$  resultante en cada uno de los puntos se obtendrán mediante:

$$\begin{aligned} d_A &= D/2 - y_A \\ d_B &= D/2 - y_B \end{aligned} \quad (5.18)$$

El valor medio de fabricación será:

$$d_{med} = \frac{d_A + d_B}{2} \quad (5.19)$$

La desviación media será:

$$d_{des} = \frac{d_A - d_B}{2} \quad (5.20)$$

La incertidumbre de la cota obtenida será por la ley de propagación de varianzas, con  $K = 2$

$$U_d = 2\sqrt{u_{dmed}^2 + u_{ddes}^2} \quad (5.21)$$

Los valores numéricos resultantes del problema serán:

$$\begin{aligned} d &= 3,06 \text{ mm} \\ U_d &= 0,50 \text{ mm} \end{aligned} \quad (5.22)$$

### 5.3. Cálculo mecánico de amarres

En el amarre de las piezas es importante que la pieza esté bien localizada a lo largo de todo el proceso de corte, lo cual significa que debe permanecer inmóvil a pesar de las altas fuerzas a las que está sometida.

Un principio básico en el amarre es la isostaticidad, para que la responsabilidad de la localización recaiga sobre unos apoyos que restrinjan los seis grados de libertad. Para asegurar que la pieza está continuamente en contacto con esos apoyos se somete además a unas fuerzas de apriete. Éstas deben ser lo suficientemente altas para que las fuerzas originadas en el proceso no deslocalicen la pieza, pero también tiene su límite ya que han de respetar la integridad de la pieza y no provocar grandes deformaciones.

El efecto de las grandes deformaciones en la calidad de la pieza no es significativo en el caso de que haya una operación de acabado además de la de desbaste, ya que las fuerzas de corte en este caso son mucho menores y por lo tanto también las deformaciones. En caso contrario habrá que compensar los desplazamientos con la cota programada de la herramienta.

El posible daño de la superficie acabada de la pieza sobre la que actúa una fuerza de presión debido al apoyo o al apriete también limita la fuerza del amarre. En realidad la fuerza que actúa sobre una superficie no es puntual sino que es la resultante de una distribución determinada de presiones. Para el cálculo de esta distribución de presiones así como el daño que produce en la pieza se dedicará la última sección. Como regla general sirva que cuando mayor es la superficie de contacto, menores será el daño producido a la pieza. Cuando la superficie de contacto es muy grande, las deformaciones estructurales también influyen en la distribución de presiones, con lo que es buen contar con algún procedimiento de cálculo para calcular este máximo y no descargarlo sobre el coeficiente de seguridad  $K$ .

En esta sección se estudiará en primer lugar la fuerza de amarre, se expondrá los distintos tipos de elementos y su capacidad para provocar esa fuerza, después se calculará las deformaciones y la manera en que afectan a la calidad de fabricación. Los datos obtenidos en esta sección se utilizarán como dato de partida para el análisis del posible daño a la pieza.

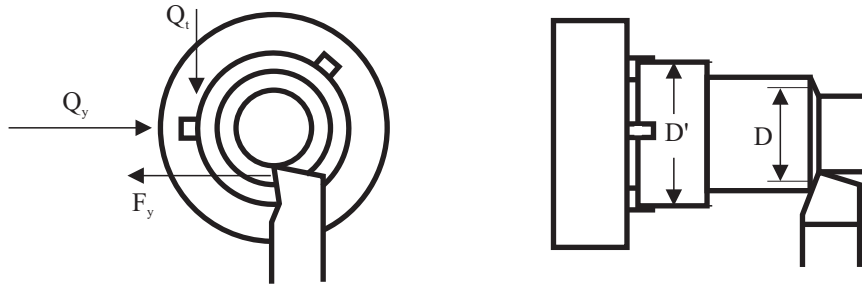


Figura 5.3: Par de fuerzas en una operación de torneado

### 5.3.1. Determinación de las fuerzas de apriete

A partir del cálculo de la fuerza de corte y su dirección, mediante las ecuaciones de equilibrio se pueden obtener las reacciones teóricas en los amarres. Esta reacción teórica se suele multiplicar por un coeficiente de seguridad  $K$  que tiene en cuenta distintos factores no calculados como las vibraciones, desgaste de las herramientas, aceleraciones, posibles impactos, distribución no uniforme de carga a lo largo de superficies de contacto, etc. Habitualmente  $K = 2,5 \div 3,0$  para operaciones de desbaste, y  $K = 1,5 \div 2,0$  en operaciones de acabado.

Las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos proporcionan las fuerzas que soporta el amarre. De este modo se pueden obtener las fuerzas de apriete mínimo para una operación de torneado o fresado. Por convención se van a denominar  $F$  a las fuerzas de corte,  $Q$  a las fuerzas de apriete, y los subíndices  $x$ ,  $y$ , y  $z$  se refieren a la dirección de la fuerza según los ejes de la máquina-herramienta, y los subíndices  $r$  y  $t$ , se refieren a las la descomposición de las fuerzas según sus componentes radial y tangencial respectivamente.

#### Fuerzas de apriete para una operación de torneado

En una operación de torneado de una pieza sujeta en un plato de  $n$  garras, se tiene que la fuerza mayor en comparación con todas las demás es la fuerza de corte que resulta del producto de la fuerza específica de corte por el área de corte. Esta fuerza genera sobre el amarre un momento torsor, y un momento flector. Despreciando el flector respecto al torsor, el rozamiento de las garras debe ser suficiente para resistir el momento creado por la fuerza de corte.

Si se supone una posición en el que una de las garras está en el punto más alto tal como muestra la figura 5.3, por equilibrio de fuerzas según la dirección  $y$  se tiene que

$$Q_y = F_y \quad (5.23)$$

El límite a la fuerza tangencial viene dado por el coeficiente de rozamiento máximo

$$Q_t = \mu Q_y \quad (5.24)$$

y por equilibrio de momentos se obtiene que:

$$nQ_t \frac{D'}{2} = F_y \frac{D}{2} \quad (5.25)$$

siendo  $D$  el diámetro de la pieza en el cual se aplica la fuerza de corte, y  $D'$  el diámetro de la pieza en la zona de garras.

De estas expresiones se obtiene que la fuerza normal de apriete debe tener como mínimo el siguiente valor:

$$Q_y = \frac{F_y D}{\mu n D'} \quad (5.26)$$

El valor de  $F_y$  se obtiene mediante los métodos habituales de la mecánica de corte.

### Fuerza de apriete en un ranurado de cilindro apoyado en 2 bloques en V

En la operación de ranurado se obtiene que la sujeción en el sentido axial se realiza mediante un tope, el eje está alineado mediante dos bloques en V, y la fuerza de apriete se realiza mediante un tope vertical que presiona el eje a los dos bloques. Las fuerzas de corte en el ranurado son axiales o perpendiculares al eje. Se considera que las fuerzas axiales están perfectamente controladas por un tornillo posicionador, y que el parámetro a controlar es la posición el apriete y su fuerza para evitar el deslizamiento del eje por cualquiera de las caras del bloque en V.

La fuerza de corte se calcula mediante los métodos de la mecánica de corte. Esta fuerza tiene una dirección tangencial en la zona de la ranura. El equilibrio de fuerzas y momentos en el eje  $y$  proporcionará la reacción en cada uno de los bloques en V  $R_{z1}$  y  $R_{z2}$ . El equilibrio de fuerzas y momentos en el eje  $Z$  proporcionará las reacciones en los apoyos según la dirección  $y$  debido a la fuerza de apriete  $Q_y$ . Tomando ahora la sección transversal del eje en cada uno de los bloques, se pueden obtener las reacciones en cada una de las caras del bloque. Estableciendo la condición de no-deslizamiento en las caras del bloque debido al rozamiento, se puede establecer la Fuerza de apriete mínima  $Q_y$  para que la pieza esté siempre localizada.

Las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos sobre el eje son las siguientes:

$$\begin{aligned} Q &= R_{y1} + R_{y2} \\ Q l_{1q} &= R_{y2} l_{12} \\ F_z - Q_z &= R_{z1} + R_{z2} \\ F_z l_{z2} &= R_{z1} l_{12} + Q_z (l_{12} - l_{1q}) \end{aligned} \quad (5.27)$$

Siendo  $l_{ij}$  la distancia entre los puntos  $i$  y  $j$ .

Las ecuaciones de equilibrio en cada uno de los bloques en V son:

$$\begin{aligned} (q_{1r} + q_{2r}) \sin(\alpha/2) + (q_{1t} - q_{2t}) \cos(\alpha/2) &= R_y \\ (q_{1r} - q_{2r}) \cos(\alpha/2) - (q_{1t} + q_{2t}) \sin(\alpha/2) &= R_z \\ R_z &= q_{1t} + q_{2t} \end{aligned} \quad (5.28)$$

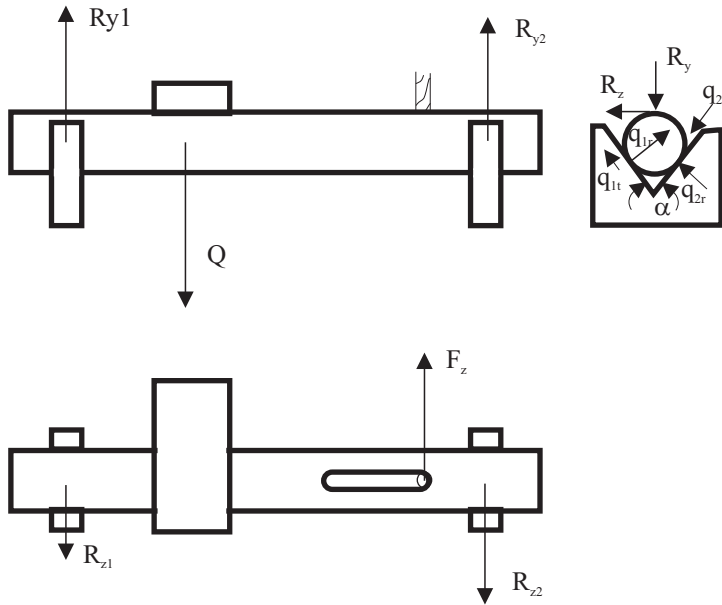


Figura 5.4: Fuerzas en el ranurado de un eje

El sistema es hiperestático ya que los dos puntos de apoyo aportan fuerza de rozamiento cuando en el sistema isostático bastaría que lo aplicara sólo uno. Para salvar este problema se ha establecido que la contribución de cada punto a frenar el par torsor es proporcional a la carga normal soportada en cada cara, lo cual es consistente con la teoría de rozamiento de Coulomb que establece que el área de contacto (y por lo tanto la fuerza de rozamiento) entre dos superficies rugosas es proporcional a la carga aplicada. De esta forma se establece un coeficiente de antideslizamiento  $\mu_i$  en cada uno de los apoyos.

$$\mu_i = \frac{q_{1ti}}{q_{1ri}} \tag{5.29}$$

Haciendo los siguientes cambios de variable se puede obtener la solución al sistema de ecuaciones del bloque en V

$$\begin{aligned} a &= q_{1r} + q_{2r} \\ b &= q_{1r} - q_{2r} \end{aligned} \tag{5.30}$$

Por sustitución se obtienen los siguientes resultados:

$$b = \frac{R_z(1 + \operatorname{sen}(\alpha/2))}{\cos(\alpha/2)}$$

$$a = \frac{R_y \pm \sqrt{R_y^2 - 4R_z^2 \operatorname{sen}(\alpha/2)(1 - \operatorname{sen}(\alpha/2))}}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (5.31)$$

El discriminante para la obtención de  $a$  es siempre que las ecuaciones de equilibrio de la viga no la despeguen de cualquiera de la cara de los bloques.

**Ejemplo numérico:** Para el ejemplo de cuyas dimensiones coinciden con la figura 5.2, suponer que a fuerza de corte es de 500 N mecanizando el extremo más cercano al punto 2, se coloca un apriete vertical centrado a 50 mm del apoyo 1. Suponiendo un coeficiente de rozamiento estático entre el cilindro y las caras del bloque de  $\mu = 0,1$  calcular la fuerza de apriete mínima.

Aplicando las ecuaciones anteriores y suponiendo que el apriete se produce con una almohadilla que amortigüe las tensiones de contacto con lo que  $Q_z = 0$ , las condiciones que debe cumplir la fuerza de apriete deben ser la de discriminante en mayores o iguales a 0, y que el coeficiente antideslizante sea menor que el coeficiente de rozamiento estático.

Probando valores de  $Q$  se obtiene que el discriminante en el apoyo 2 deja de ser negativo a partir de un valor de  $Q = 2200$  N, para este valor el bloque 1 ha está adherido, pero para que en los dos bloques haya adhesión, la fuerza de apriete ha de ser de al menos 7300 N.

### 5.3.2. Acción sobre mecanismos de apriete más usuales

La fuerza de apriete calculada en el apartado anterior hay que traducirla en una fuerza que se aplica al aparato de sujeción. Entre los aparatos de sujeción se van a estudiar tres: cuñas, tornillos y palanca de levas.

Ahora intervienen dos elementos más en el mecanismo: la acción sobre el aparato ( $R$ ), y el elemento de apoyo del aparato sobre el que se ejerce una acción  $S$ .

#### Cálculo de aprietes con cuñas

La cuña es un mecanismo simple de sujeción muy usado en en el diseño de amarres. En la figura se muestra el principio de funcionamiento de la cuña. Para una acción externa  $R$ , se produce una fuerza de amarre normal sobre la pieza de  $Q$ , cuya relación viene dada en función de los ángulos de fricción sobre la pieza  $\beta_1$  y sobre la sujeción secundaria  $\beta_2$ .

Según el diagrama polar de fuerzas se obtiene que:

$$Q = \frac{R}{\tan \beta_2 + \tan(\alpha + \beta_1)} \quad (5.32)$$

La condición de autobloqueo consiste en que cuando deje de actuar la fuerza  $R$  la fuerza de amarre permanezca igual. Los sentidos de las fuerzas de fricción se



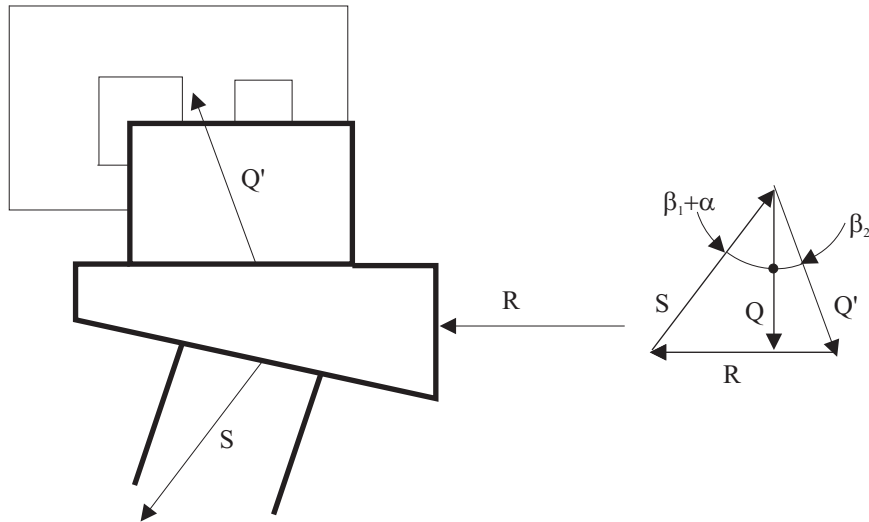


Figura 5.5: Esfuerzos y diagrama polar en una sujeción con cuña

volverán contrarios para resistir el movimiento de la cuña. Para que ello ocurra  $\alpha \leq \beta_1 + \beta_2$ . Teniendo en cuenta los valores usuales del coeficiente de fricción, el ángulo de cuña suele estar comprendido entre  $6^\circ$  y  $8^\circ$ .

Cuando se usan accionamientos continuos de sujeción, no hace falta la propiedad de autobloqueo por lo que se suelen permitir ángulos de cuña mayores.

En sistemas de fabricación de producción en masa es popular el uso de la cuña con rodillo para amplificar la fuerza de amarre.

### Cálculo de aprietes con tornillos

El sistema de apriete con tornillos es el más usado en todos los tipos de mecanismos. Sus ventajas son su estructura simple, la gran amplificación de fuerza obtenida, y la fiabilidad en la propiedad de autobloqueo. Su principal inconveniente es la relativa lentitud de operación que limita su utilización en producción automatizada.

El mecanismo se aplica básicamente en dos formas: Directamente contactando la punta con la pieza, e indirectamente aplicando la fuerza en medio de un brazo de palanca uno de cuyos extremos es fijo y el otro presiona sobre la pieza.

El mecanismo de apriete es similar al de cuña, si la rosca se toma como la superficie de una cuña cuyo ángulo  $\alpha$  es el ángulo de hélice del tornillo ( $p/(\pi D)$ ), el accionamiento sobre la rosca se obtiene por equilibrio de momentos. Despreciando el rozamiento en la punta queda:

$$Q = \frac{2 R L}{D(\tan(\alpha + \beta_2))} \quad (5.33)$$

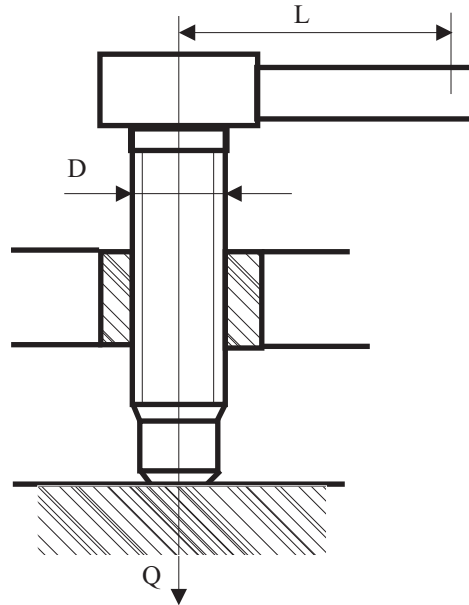


Figura 5.6: Apriete mediante tornillo

### Cálculo de aprietes con palanca de levas

El mecanismo de levas es el más rápido en cuanto a implementación de sujeciones. Habitualmente se usa una leva cilíndrica cuyo centro de giro  $o$  está a una distancia  $e$  de su centro geométrico. El mecanismo de apriete es el de cuña pero con ángulo  $\alpha$  variable. Según la configuración de la figura, la distancia de la superficie de la pieza al eje excéntrico debe ser tal que el ángulo que forman la intersección de las dos circunferencias sea menor que el ángulo de fricción para que exista autobloqueo.

La fuerza de amarre será igual a:

$$Q = \frac{R L}{(r + \delta) \tan(\alpha + \beta)} \quad (5.34)$$

El ángulo máximo de  $\alpha$  para la condición de autobloqueo es la siguiente:

$$\frac{e}{r} \leq \tan \beta \quad (5.35)$$

**Ejemplo de sujeción.** Calcular acción para con una fuerza de 300 N provocar un apriete de 7300 N.

Para provocar una acción de 7300 N mediante un tornillo, mediante una palanca en el que el apriete esté entre el apoyo y el tornillo, 50 mm y 50 mm respectivamente, la fuerza que ha de ejercer el tornillo es de 3650 N, para lo que ha de tener un

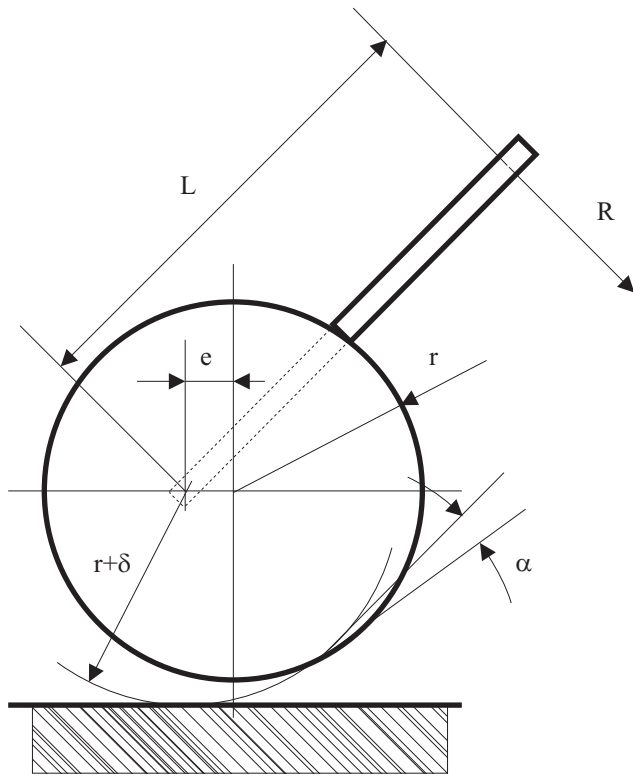


Figura 5.7: Apriete mediante palanca de leva

diámetro mínimo de 5 mm (si se le supone una resistencia de 350 MPa), si tiene 16 espiras por pulgada, equivale a un ángulo de cuña de 1 deg, con lo que si se aplica la ecuación 5.33 se obtiene un par que para aplicar 300N se necesita un brazo de 284 mm.

### 5.3.3. Análisis de fuerzas de contacto del amarre

En el anterior apartado se han calculado las fuerzas de apriete necesarias para que la pieza quede bien fijada, para ello se han supuesto cargas puntuales sobre las superficies, pero en realidad, lo que actúa sobre la superficie son unas distribuciones de presiones sobre determinadas áreas de contacto. Cuanto mayores sean las áreas menor serán las presiones, pero lejos de repartirse la carga uniformemente sobre la superficie, la distribución depende de la forma de deformarse los cuerpos alcanzado picos de presión que pueden realmente dañar la pieza.

Habitualmente, para aumentar la superficie de contacto se suelen proceder con distintas técnicas:

- Aumentar el número de apoyos sobre superficies grandes, quedando la pieza sobrelocalizada
- Aumentar la longitud de la pieza sobre la que apoya una superficie cilíndrica
- Apoyar superficies planas sobre otras también planas

En todos los casos el cálculo de la distribución de fuerzas o de presiones requiere el estudio de las deformaciones, ya que el sistema ha dejado de ser isostático (que es lo ideal para tener bien localizada la pieza en la máquina herramienta) para ser hiperestático.

En este apartado se va a ver cómo influyen las fuerzas de corte y de apriete en la distribución de fuerzas sobre las superficies de apoyo. Al implicar el estudio el cálculo de deformaciones, se puede estudiar de paso las dimensiones finales de la pieza. Para ello se va a suponer que el corte es continuo y equilibrado, por eso se desprecian los efectos vibracionales y se puede estudiar el problema como si fuera estático.

Como los sistemas de contacto multicuerpo son muy variados, y se presentan bajo formas muy diferentes, a continuación se va a formular el problema general con las técnicas para resolverlo, y a continuación se aplicarán las técnicas a casos concretos.

#### Planteamiento del problema

El contacto entre dos cuerpos se produce normalmente en áreas de superficie cuyas dimensiones cambian dependiendo de la fuerza que ejercen los cuerpos entre sí. Estas áreas son elipses en el caso de que las dos superficies sean curvas. En muchos sistemas mecánicos existe un predominio de las deformaciones estructurales frente a las deformaciones superficiales en los puntos en contacto, con lo que a la hora de

estimar la energía del sistema, se pueden despreciar las deformaciones locales frente a las estructurales.

El problema queda reducido a calcular la distribución de fuerzas entre los distintos puntos de contacto entre dos cuerpos. Habitualmente se conoce la fuerza total que dos cuerpos están ejerciendo entre sí, esta fuerza se distribuirá entre los distintos puntos de la línea de contacto de forma que la energía total de deformación elástica sea mínima.

La obtención de la distribución de carga pasaría por desarrollar una expresión de la energía de deformación del sistema y minimizarla, obteniendo el reparto de carga entre los distintos puntos de discretización. Aquí se ha seguido este procedimiento utilizando el método de las condiciones de Kuhn-Tücker, y otro distinto pero más conocido como el de los multiplicadores de Lagrange. Por los dos métodos se llega a la misma ecuación matricial a partir de la cual se puede despejar de forma directa el vector de fuerzas. El desarrollo de estos métodos se puede estudiar en [?], aunque un resumen viene dado en el Apéndice II.

A partir de la ecuación matricial se puede trabajar con ella para resolver un amplio rango de problemas de contacto. Este apartado se ha dividido en las siguientes secciones:

- Obtención de una expresión de la energía de deformación de un sistema formado por dos cuerpos con varios puntos en contacto y la formulación de este problema en forma matemática.
- Utilización de una expresión matricial, con la que se obtiene directamente la distribución de fuerzas.
- Demostración de su utilidad mediante la resolución de un problema de reparto de carga en la sujeción de una pieza en una máquina herramienta mientras se mecaniza.

## Energía de deformación en el contacto entre dos cuerpos elásticos

### Energía de deformación de un cuerpo cargado

Se puede suponer que el comportamiento elástico es lineal, es decir, la magnitud de los desplazamientos y las tensiones en cada punto son proporcionales a la carga aplicada. Esta nueva suposición implica que el material es elástico y que las deformaciones son pequeñas.

La energía de deformación  $U$  es función cuadrática de la fuerza aplicada,  $F_i$ , y la rigidez del elemento mecánico,  $k_i$  (Apéndice II).

$$U = \frac{1}{2} F_i^2 k(x) \quad (5.36)$$

### Energía de deformación de 2 cuerpos en contacto en un solo punto

Si dos vigas contactan en un punto y en ese punto actúan la una contra la otra con una fuerza unidad, tal como se muestra en la Figura 8.2, los desplazamientos

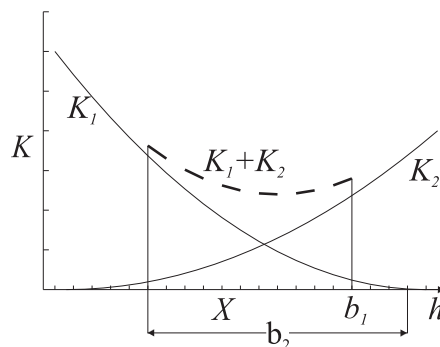


Figura 5.8: Evolución de la rigidez conjunta en función de la localización del punto de contacto

en ambas vigas vendrán dados por la rigidez de cada una. La suma de ambos desplazamientos dará como resultado la rigidez del par de vigas.

La Figura 5.8 muestra cómo evoluciona la energía de deformación total para una carga unidad, cuando varía la posición del punto de contacto. Su forma coincide con la de la suma de las rigideces de ambos cuerpos cuando están en contacto en un sólo punto. La energía total de deformación será por lo tanto igual a la suma de las energías de deformación de los dos cuerpos, y se denomina habitualmente como rigidez de contacto. Esta energía será:

$$U = \frac{1}{2}(F_i\delta_1 + F_i\delta_2) = \frac{1}{2}F_i^2(k_1(x) + k_2(h-x)) \quad (5.37)$$

Donde  $\delta_1$  y  $\delta_2$  son las flechas respectivas en los puntos de contacto.

#### Energía de deformación de dos cuerpos con varios puntos en contacto

Cuando el contacto entre los cuerpos se produce en dos puntos, la energía ya no depende únicamente de las propias rigideces, pues el desplazamientos del punto donde actúa una fuerza también depende del valor del esfuerzo aplicado en el otro punto. A la flecha de la viga en el punto  $x$  cuando actúa una fuerza unidad en el punto  $x_i$  se le va a llamar  $\delta(x, x_i)$ .

Cuando actúan dos fuerzas sobre una viga,  $F_1$  en  $x_1$  y  $F_2$  en  $x_2$ , el desplazamiento total en  $x_1$  y en  $x_2$  será:

$$\begin{aligned} \delta_{T1} &= F_1\delta(x_1, x_1) + F_2\delta(x_1, x_2) \\ \delta_{T2} &= F_1\delta(x_2, x_1) + F_2\delta(x_2, x_2) \end{aligned} \quad (5.38)$$

Si el contacto se produce en dos puntos, a partir del valor de las fuerzas aplicadas, se podrá obtener la expresión de la energía total de deformación de la viga  $U_1$

$$2U_1 = F_1 (F_1\delta_1(x_1, x_1) + F_2\delta_1(x_1, x_2)) + F_2 (F_1\delta_1(x_2, x_1) + F_2\delta_1(x_2, x_2)) \quad (5.39)$$

Donde el subíndice 1 de  $U_1$  y  $\delta_1$  denota el cuerpo 1.

La ecuación (5.39) se puede expresar de forma más clara utilizando la notación matricial:

$$2U_1 = [F_1 F_2] \begin{bmatrix} \delta_1(x_1, x_1) & \delta_1(x_1, x_2) \\ \delta_1(x_2, x_1) & \delta_1(x_2, x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Cuando los dos cuerpos están en contacto en dos puntos, la energía total de deformación es igual a la energía de deformación de un cuerpo más la del otro. Teniendo en cuenta que:

- $F_1$  y  $F_2$  son iguales para los dos cuerpos por el principio de Newton de acción-reacción.
- Si la ecuación de la elástica de la segunda viga  $\delta'_2$ ,  $(\zeta, \zeta_i)$  viene expresada en coordenadas locales  $\zeta$ , se realizará un cambio de coordenadas para expresarla en las mismas coordenadas que  $\delta_1$ , que se tomarán como coordenadas globales, con lo que se podrá operar con las dos elásticas en el mismo sistema de referencia.

La energía total de deformación será:

$$U = U_1 + U_2 = \frac{1}{2} [F_1 F_2] \begin{bmatrix} \delta_1(x_1, x_1) + \delta_2(x_1, x_1) & \delta_1(x_1, x_2) + \delta_2(x_1, x_2) \\ \delta_1(x_2, x_1) + \delta_2(x_2, x_1) & \delta_1(x_2, x_2) + \delta_2(x_2, x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

lo que se suele expresar de forma más simplificada

$$U = \frac{1}{2} [F_1 \quad F_2] \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

y generalizando para muchos puntos en contacto

$$U = \frac{1}{2} [F]^T [C] [F] \quad (5.43)$$

en donde

$$c_{ij} = \sum_k \delta_k(x_i, x_j) \quad ; \quad k = 1, 2 \quad (5.44)$$

En este punto cabe hacer dos observaciones:

- Por el teorema de reciprocidad de Raleigh-Betti se tiene que  $c_{ij} = c_{ji}$ , con lo que la matriz de coeficientes es simétrica.
- Si se admite que el desplazamiento de cada punto se produce únicamente por la fuerza que actúa en dicho punto, la matriz  $[C]$  (matriz de los desplazamientos) es diagonal, por lo que no hace falta el conocimiento de la elástica en cada estado de carga para la elaboración de  $[C]$ , sino únicamente de la rigidez de cada punto.

Por el principio de mínima energía, la configuración final de tensiones y deformaciones de un sistema será tal que su energía interna alcance un valor mínimo estacionario; ya que, en virtud del teorema de Menabrea, un sistema hiperestático adquiere la configuración final de fuerzas y deformaciones que haga mínima la energía de deformación elástica.

De acuerdo con ello, en el caso del contacto entre dos cuerpos elásticos en varios puntos, el vector de fuerzas se puede hallar minimizando la función de energía  $U$ , sujeta a las restricciones de que la fuerza total es igual al valor dado, y que no existe adhesión entre las superficies, y por lo tanto, todas las fuerzas deben ser positivas.

La formulación matemática del problema tendría el siguiente enunciado:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_i \sum_j f_i c_{ij} f_j \\ & \sum f_i = F \quad (\text{a}) \\ & f_i \geq 0 \quad (\text{b}) \\ & i = 1 \dots n \end{aligned} \quad (5.45)$$

Las incógnitas de este problema son las fuerzas puntuales  $f_i$ . La restricción (a) de la Ecuación (5.45) se deduce de que la fuerza total con que actúa un cuerpo contra otro  $F$  es un dato de partida, y que las fuerzas puntuales tienen todas la misma dirección. La restricción (b) de la Ecuación (5.45) se basa en que en el contacto no hay fuerzas de adhesión o tracción, ya que antes de que hubiera tracción dejaría de haber contacto.

La formulación del problema se ha realizado considerando dos sólidos con varios puntos en contacto, aunque en realidad se tratan de áreas de contacto. En el caso de elementos transmisores de potencia como engranajes, tornillos, etc., estas áreas se simplifican por líneas de contacto cuando hay una dimensión que predomina sobre la otra, y a su vez, se pueden discretizar estas líneas de contacto en una sucesión de cargas puntuales con el fin de simplificar los cálculos.

### Método matricial solución del problema

Las soluciones al reparto de carga dadas por las condiciones de Kuhn-Tücker y por los Multiplicadores de Lagrange vienen expresadas en (5.81) del apéndice II, y tienen su forma matricial del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 2c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1(n-1)} & c_{1n} & -1 \\ c_{21} & 2c_{22} & \dots & \dots & c_{2n} & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & \dots & \dots & 2c_{nn} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \dots \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

En donde  $v$  es un multiplicador de Lagrange al que no se le ha encontrado ningún significado físico.



La matriz cuadrada de la ecuación 5.46 se obtiene directamente a partir de la matriz de desplazamientos  $[C]$ , añadiendo la primera fila y la última columna, y multiplicando por dos los términos de la diagonal principal. En adelante, se le va a llamar matriz de desplazamientos modificada  $[C^*]$ , y tiene unas dimensiones de  $(n + 1) \times (n + 1)$ .

De la expresión (5.46) se puede despejar el vector de fuerzas  $f_i$ , invirtiendo la matriz de desplazamientos modificada  $[C^*]$ . El sistema de ecuaciones no es homogéneo y la matriz diagonalizable, con lo que la solución consistente en el vector de fuerzas  $f_i$  será única.

Para la obtención de los valores de la matriz de los desplazamientos  $[C]$  se puede recurrir a un método analítico o al Método de los Elementos Finitos (MEF). Este último método se puede aplicar directamente, modelizando simultáneamente los dos componentes en contacto mediante los elementos de contacto, de los que suelen disponer los distintos códigos, pero esto requiere una gran capacidad computacional y mucho tiempo de cálculo, pues el problema del contacto no es lineal. Otra posibilidad es utilizar el MEF para hallar la matriz de los desplazamientos de cada uno de los elementos, solucionando los dos problemas correspondientes a los dos sólidos en contacto por separado. Se combinan ambas matrices y se opera para obtener la matriz de los desplazamientos modificada  $[C^*]$ , pudiendo a partir de la Ecuación (5.46) obtener directamente el vector de fuerzas  $f_i$  sin necesidad de recurrir a elementos no lineales de contacto, y consiguiendo una mayor precisión al haber resuelto cada uno de los elementos por separado, permitiendo usar un mallado mucho más fino en cada caso. Un ejemplo de aplicación de esta metodología se puede estudiar en [?].

El vector solución de la ecuación (5.46) es la primera columna de la inversa de la matriz de coeficientes multiplicado por  $F$ .

El método presentado es simple y económico pues:

- La restricción sólo aumenta la matriz final en una fila y una columna.
- Sólo se necesita el cálculo de una columna de la matriz inversa. Esto evita una gran cantidad de operaciones al ordenador.

Por el método de diagonalización de Gauss-Jordan, el aumento de la matriz complementaria sería sólo en una columna con el valor  $F$  en la primera fila y cero en el resto, en lugar de añadir tantas como filas hay en la matriz original. Con esto se tienen  $n^2(n - 1)$  operaciones algebraicas menos que usando el método de diagonalización completo, siendo  $n$  la dimensión de la matriz a invertir [?].

Cuando se tienen diferentes zonas de contacto cuyos desplazamientos son independientes entre sí (muy frecuente en el caso de utillajes), la matriz  $[C^*]$  tiene muchos ceros, pues el desplazamiento producido en los puntos de una zona de contacto no influye en el desplazamiento de otra. Las ecuaciones matriciales tendrían

una forma como la que sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ [C]_1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & [C]_2 & \dots & 0 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & [C]_N & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{f\}_1 \\ \{f\}_2 \\ \dots \\ \{f\}_N \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.47)$$

Siendo  $[C]_1, [C]_2, \dots, [C]_N$ , las matrices de desplazamiento correspondientes a cada zona de contacto, con la diagonal duplicada.

Cuando la matriz de los desplazamientos  $[C]$  es diagonal ( $c_{ij} = 0$  cuando  $i \neq j$ ), de la ecuación (5.46) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$v = \frac{2F}{\sum_i \frac{1}{c_{ii}}} \quad (5.48)$$

$$f_i = \frac{\frac{1}{c_{ii}}}{\sum_j \frac{1}{c_{jj}}} F$$

De esta última expresión se deduce que cuanto menor es  $c_{ii}$  mayor es la fuerza soportada por el punto  $i$ , por lo que se podría decir que en la línea de contacto entre dos cuerpos cuya evolución de la rigidez tiene el mínimo en un punto intermedio (como la línea discontinua de la Figura 5.8), la distribución de la fuerza tendrá un máximo en el punto donde estaba el mínimo de rigidez conjunta.

### Ejemplo de aplicación a la sujeción de un cilindro con bloques en V

El ejemplo a estudiar consistirá calcular la distribución de fuerzas a lo largo de la línea de contacto entre el cilindro y el bloque en V en posición estática. Para ello se estiman en 10 los puntos de contacto entre el bloque y el cilindro, se calcula la matriz de rigidez a flexión del cilindro y la de rigidez a contacto del bloque. Una vez conocida la fuerza total se aplica la fórmula y se obtiene la distribución de fuerzas discretizada a lo largo del bloque y del cilindro. Éstos serán los datos a aplicar en el análisis de las tensiones de contacto.

Una vez calculada las reacciones en los bloques en V, se trataría de ver cómo se distribuyen a lo largo de la línea de apoyo. De los dos bloques en V se estudiará el que está más cercano al apriete porque presenta un valor mayor.

El esfuerzo normal en cada cara de contacto del bloque será igual a la reacción  $R_1$  multiplicado por el seno de la mitad del ángulo, sin embargo se procederá al cálculo de la viga a flexión, luego se combinará con la rigidez de contacto en el bloque, para después aplicar el método propuesto anteriormente y determinar la distribución de carga.

#### Rigidez de contacto en una zona del cilindro

Para calcular la rigidez de cada punto de contacto del cilindro con el bloque en V, se va a aplicar la teoría general de flexión de vigas, según la configuración que

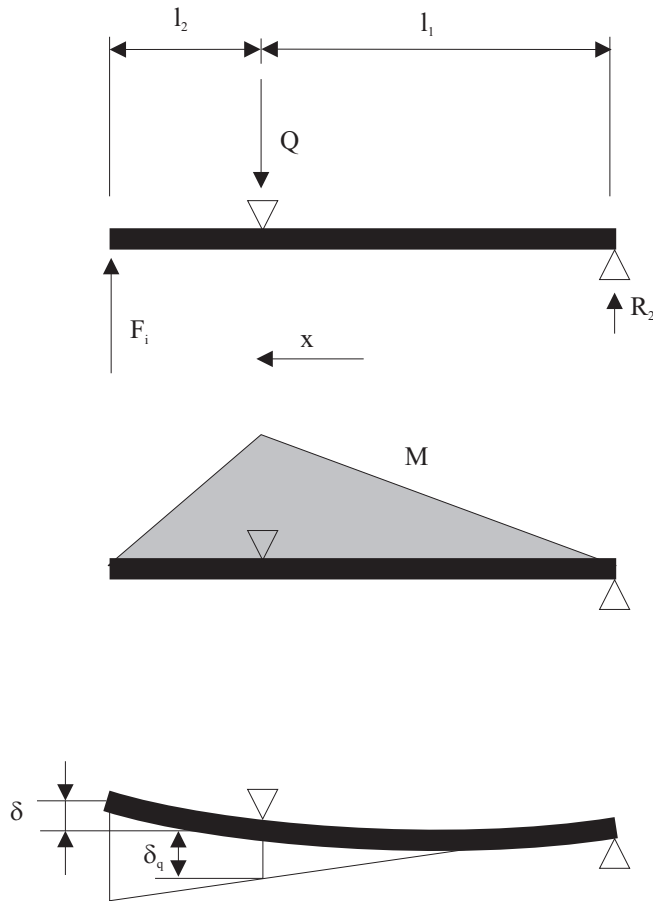


Figura 5.9: Configuración de deformación del cilindro

aparece representada en la figura 5.9 con su diagrama de momentos y su deformada, en la cual se tiene que una fuerza unidad en un punto  $i$  y produce unas reacciones en el punto de apriete  $Q$ , y en el otro apoyo en el bloque  $R_2$ .

La deformación que se obtiene en el punto  $i$  y los que están a la derecha de éste, se determina mediante el segundo teorema de Mohr. La función de momentos en función de  $x$  será:

$$M(x) = \begin{cases} R_2 x & \text{si } x < l_1 \\ R_2 x - Q(x - l_1) & \text{si } l_1 < x < l_2 \end{cases} \quad (5.49)$$

La línea tangente por el apoyo en  $Q$  será

$$\delta_q = \int_0^{l_1} s \frac{R_2 s}{EI_n} ds = \frac{R_2 l_1^3}{3EI_n} \quad (5.50)$$

siendo  $E$  el módulo de Young e  $I_n$  el momento de inercia de la sección circular que tiene un valor de

$$I_n = \frac{\pi R^4}{4} \quad (5.51)$$

siendo  $R$  el radio del cilindro.

El valor de la flecha  $\delta_j$  en un punto  $j$  situado a la izquierda de  $Q$  y a la derecha de  $i$ , se calculará restando a la tangente obtenida la parte proporcional de  $\delta_q$ , con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned} \delta(x) &= \int_0^{l_1} s \frac{R_2 s}{EI_n} ds + \int_{l_1}^x s \frac{R_2 s - Q(s - l_1)}{EI_n} ds - \delta_q \frac{l_2 + l_1}{l_1} \\ &= \frac{1}{EI_n} \left( (R_2 - Q) \frac{x^3}{3} + Ql_1 \left( \frac{l_1^2}{6} - \frac{x^2}{2} \right) \right) - \delta_q \left( \frac{l_2}{l_1} + 1 \right) \end{aligned} \quad (5.52)$$

Para la flecha en los puntos que están a la izquierda de  $i$ , la viga no está deformada en este tramo pero sí que está inclinada con el mismo ángulo que tiene el punto  $i$ . Este ángulo se puede obtener a partir del primer teorema de Mohr, sabiendo que el punto más bajo de la viga

$$x_0 = \sqrt{\frac{l_1}{3}(l_1 + 2l_2)} \quad (5.53)$$

por el primer teorema de Mohr, el ángulo  $\theta_i$  será

$$\begin{aligned} \theta_i &= \int_{x_0}^x \frac{M(s)}{EI_n} ds \\ &= \frac{1}{EI_n} \left[ R_2 \left( \frac{l_1^2 - x_0^2}{2} \right) + (R_2 - Q) \left( \frac{x^2 - l_1^2}{2} \right) + Ql_2(x - l_2) \right] \end{aligned} \quad (5.54)$$

con lo que la deformada en cualquier punto  $j$  a la izquierda de  $i$  será:

$$\delta_j = \delta_y(x_j - x_i) \tan \theta_i \quad (5.55)$$

### Rigidez de contacto del bloque en V

La misma fuerza que se aplica al cilindro es la reacción del bloque, con la peculiaridad de que la reacción se produce en las dos caras del bloque. El desplazamiento ante una fuerza unidad vertical en el bloque se traducirá en un desplazamiento normal en cada una de las caras. Se ha recomendado que la rigidez normal de contacto (la inversa a este desplazamiento), se calcule como si el desplazamiento se produjera al contacto de una esfera de radio igual a la distancia entre puntos de discretización. De esta forma la matriz de deformación queda muy diagonal, por lo que se pueden despreciar todos los demás términos.

El valor de esta rigidez normal multiplicado por el semiángulo del bloque en V será el tomado para el cálculo de la matriz de deformación combinada.

### Solución a un caso concreto

Se presenta ahora la distribución de carga obtenida para el caso de los siguientes valores numéricos:

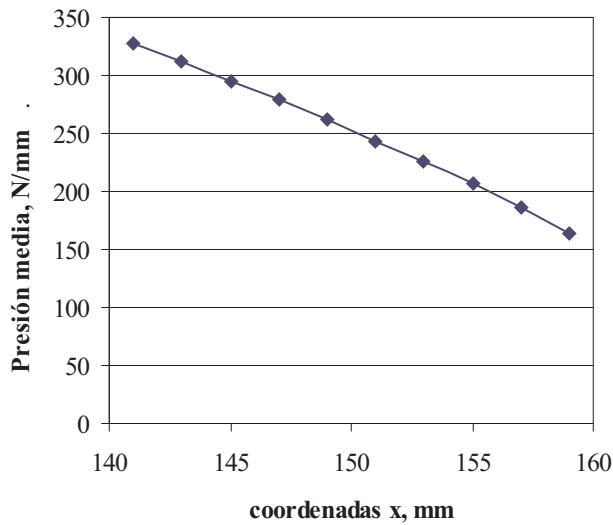


Figura 5.10: Reparto de carga a lo largo de la línea de contacto con el bloque en V

- $l_1 = 100$  mm distancia entre un apoyo y el apriete
- $l_{20} = 40$  mm distancia al primer punto de contacto
- $W = 20$  mm ancho bloque en V a partir del punto  $l_1 + l_{20}$
- $n = 10$  n.º de puntos de discretización
- $R = 15$  mm radio del eje
- $E = 2,00E + 05$  N/mm<sup>2</sup> módulo de Young
- $I_n = 7,85E + 03$  mm<sup>4</sup> momento de inercia
- $\alpha = 90^\circ$  ángulo del bloque

Con estos datos el reparto de carga para un valor de  $R_1 = 5000$  N viene representada en la gráfica siguiente:

Teniendo en cuenta que la presión media sería de 250 N/mm, se ha obtenido que la máxima presión de contacto es de 328 N/mm, lo que es sustancialmente superior.

## 5.4. Análisis de las tensiones de contacto

En este apartado del tema, se va a tratar de analizar el utillaje desde el punto de vista del contacto mecánico, de forma que sin utilizar almohadillas (las cuales

introducen imprecisiones dimensionales y tiempos de preparación de amarres elevados), la fuerza de reacción del punto localizador no dañe la pieza. Para ello a partir de las ecuaciones fundamentales de la mecánica del contacto que se muestran en el Apéndice III se van a mostrar sus soluciones para los casos más comunes, que incluye el contacto de un apoyo plano, una punta cilíndrica, una punta esférica, el contacto con rozamiento, y la influencia de la rugosidad superficial.

Después de obtener las distribuciones de presiones, se desarrollará un método numérico para la determinación del mapa tensional determinando el cortante máximo y el inicio de fluencia de la pieza. De este apartado se deducirá la fuerza máxima a aplicar en el punto para que el utillaje no dañe la pieza por la sujeción, lo que se traducirá en unos pares de apriete máximos en los tornillos de fijación.

### 5.4.1. Distribución de presiones entre superficies en contacto para distintas geometrías

#### Contacto de apoyo plano con aristas con superficie elástica

El primer caso que se va a estudiar es el de un apoyo rígido con aristas vivas, presionando sobre la superficie de la pieza elástica. Como se observa en la figura 5.11 la distribución de presiones que origina se hace infinito en los bordes según la ecuación:

$$p(x) = \frac{P}{\pi(a^2 - x^2)} \quad (5.56)$$

En realidad, ni el apoyo es tan rígido, ni el material tan elástico que no deforme plásticamente en los bordes del contacto. Por esto se ha de tener en cuenta las constantes elásticas de los dos materiales para determinar si se daña o no la pieza. Esto fue estudiado por Dundurs también para el caso en que el ángulo de arista  $\theta$  sea distinto de  $90^\circ$  tal como aparece en la figura 5.12 (como cuando una arista está matada con un chaflán de  $45^\circ$ ).

En este caso se establece un parámetro  $\alpha$  que tiene en cuenta las constantes elásticas de los dos materiales y se denomina constante de Dundurs:

$$\alpha = \frac{\frac{1-\nu_1}{G_1} - \frac{1-\nu_2}{G_2}}{\frac{1-\nu_1}{G_1} + \frac{1-\nu_2}{G_2}} \quad (5.57)$$

El valor de este parámetro está entre  $-1$  (apoyo rígido y plano elástico) y  $+1$  (apoyo elástico y plano rígido). Para que la tensión sea finita en el borde se debe cumplir que:

$$\alpha \leq \frac{(\pi + \theta) \cos \theta + (\mu\pi - 1) \operatorname{sen} \theta}{(\pi - \theta) \cos \theta + (\mu\pi + 1) \operatorname{sen} \theta} \quad (5.58)$$

se puede observar que cuanto mayor es  $\theta$ , más rígido es el apoyo por lo que más fácil es que la pieza resulte dañada. Por eso es peligroso matar la arista con chaflán desde el punto de vista del daño de la pieza.

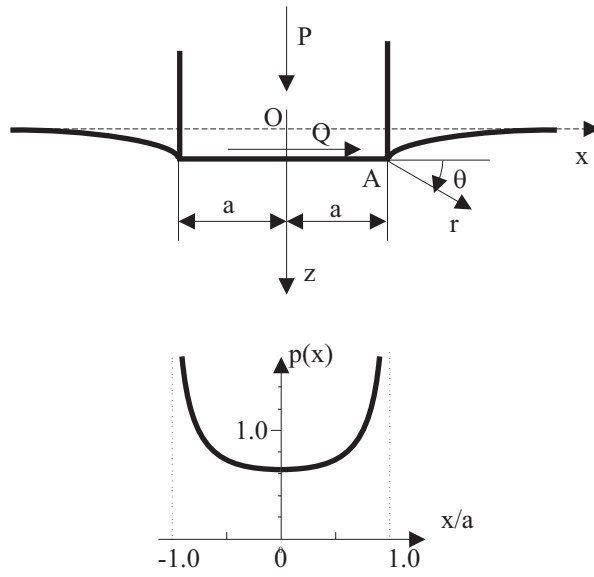


Figura 5.11: Indentación de un apoyo rígido plano sobre una superficie elástica, y su distribución de presiones

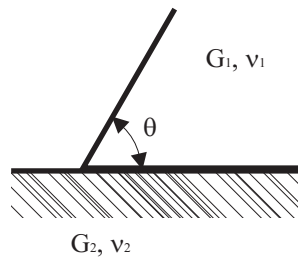


Figura 5.12: Borde del contacto de un apoyo con arista viva

En el caso de que la arista se mate con redondeo, la presión de contacto en los bordes también es muy elevada siempre dependiendo de las constantes elásticas de los materiales y del radio de curvatura del redondeo. Este caso está todavía bajo estudio.

Para evitar estos tipos de problemas, normalmente se prefieren los contactos en los que el área de contacto es progresiva con la fuerza aplicada, como en el contacto entre superficies curvas, de esta formase evitan las fuertes discontinuidades en los bordes del contacto.

### Contacto hertziano

El caso de contacto entre superficies curvas cuando el semiancho de contacto es muy pequeño respecto al radio de curvatura de las superficies es el denominado contacto hertziano, dado que las primeras soluciones fueron propuestas por Rudolph Hertz a finales del siglo pasado.

En el Apéndice V se muestra una solución sencilla para el problema del contacto hertziano en el caso bidimensional de contacto entre un cilindro de radio  $R$  y una superficie plana, ambos con las mismas constantes elásticas. Así, el semiancho de contacto es:

$$a = \sqrt{\frac{4RP}{\pi E}} \quad (5.59)$$

La forma del perfil de presiones será elíptica:

$$p(x) = \frac{2P}{\pi a^2} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (5.60)$$

La máxima presión sobre la superficie será entonces:

$$p_0 = \sqrt{\frac{PE}{\pi R}} \quad (5.61)$$

Este caso se puede generalizar al caso en el que contacten dos superficies con radios de curvatura  $R_1$  y  $R_2$ , estableciendo el radio de contacto equivalente  $R$ :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (5.62)$$

Del mismo modo se puede establecer un módulo de Young equivalente en función de las constantes elásticas de las superficies de contacto:

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (5.63)$$



De un modo algo distinto se pueden determinar las mismas variables en el caso de contacto entre esferas de modo que quedarían las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} a &= \left( \frac{3PR}{4E} \right)^{1/3} \\ p_0 &= \left( \frac{3P}{2\pi a^2} \right) \\ \delta &= \frac{a^2}{R} \end{aligned} \quad (5.64)$$

$\delta$  es la aproximación entre puntos distantes, que en el caso tridimensional no es una indeterminación como en el bidimensional.

### Distribución de presiones normales y tangenciales en contacto con deslizamiento parcial

En el contacto en el que no hay deslizamiento global  $Q \leq \mu P$ , lo cual es lo deseable en la sujeción de piezas, la zona de contacto no puede estar totalmente adherida pues la tensión alcanzada en los extremos sería infinita debido a que la distribución de presiones tangenciales obtenida de la integración de las ecuaciones tendría la siguiente representación:

$$q(x) = \frac{Q}{\pi(a^2 - x^2)} \quad (5.65)$$

Por esto en la zona de contacto, hay una zona central adherida y la zona cercana a los extremos desliza parcialmente según se puede apreciar en la figura 5.13. Por analogía a la distribución de Hertz el desplazamiento en  $x$  es parabólico en la zona deslizante, y en la zona adherida se le ha de restar una distribución tangencial de forma que el desplazamiento total en esta zona sea nulo. Si la zona adherida tiene un semiancho  $c$ , la distribución de presiones tangenciales en esta zona será:

$$q(x) = \frac{\mu p_0}{a} \left( \sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{c^2 - x^2} \right) \quad (5.66)$$

Para que el valor de la fuerza tangencial total sea  $Q$ , el semiancho de la zona adherida en el caso plano será:

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu P}} \quad (5.67)$$

En el caso del contacto de una esfera contra un plano se obtiene una relación similar:

$$\frac{c}{a} = \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{\mu P}} \quad (5.68)$$

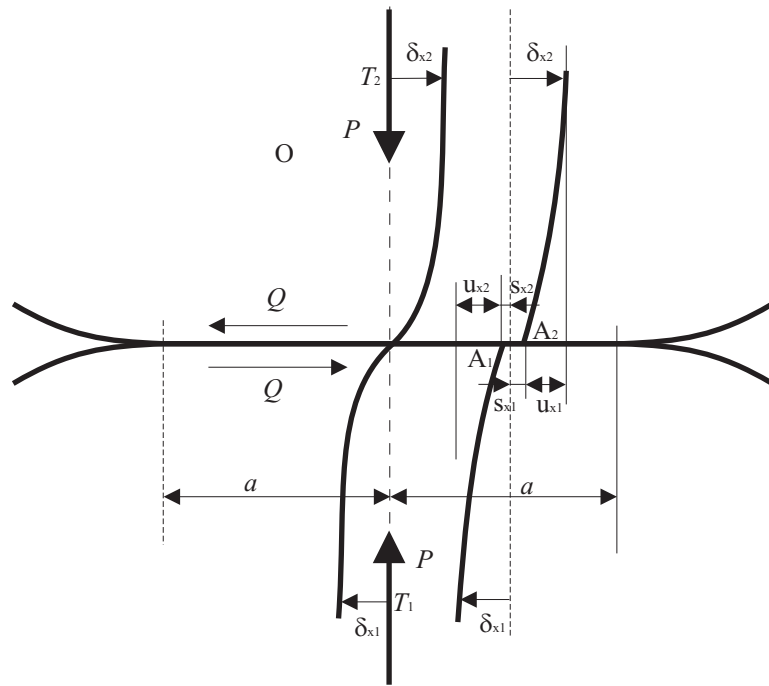


Figura 5.13: Deslizamiento parcial en el contacto

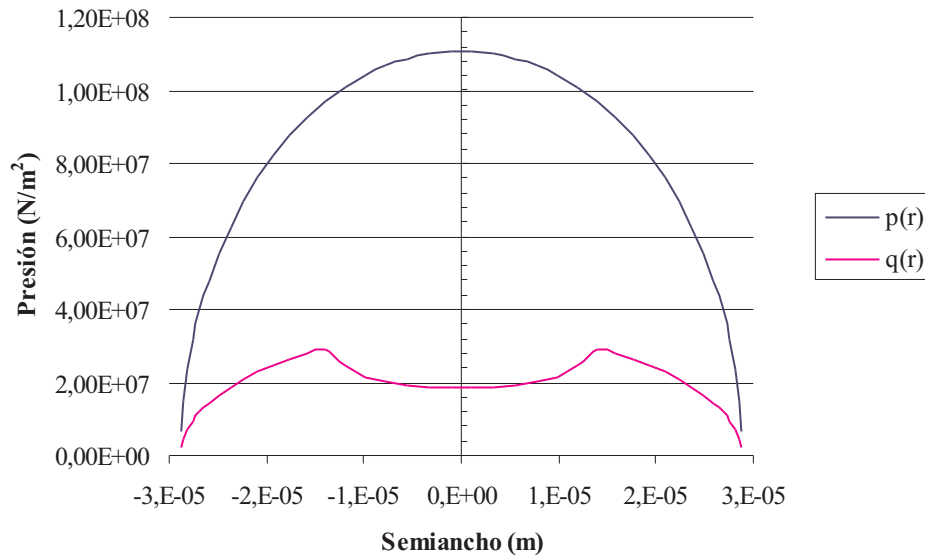


Figura 5.14: Distribución de presiones normales y tangenciales para  $R = 30$  mm,  $P = 5000$  N/m,  $Q = 1200$  N/m y  $\mu = 0,3$ .

y en este caso se conoce además el valor del desplazamiento de la zona adherida:

$$\delta_x = \frac{3\mu P}{8a} \left( \frac{2-\nu}{G} \right) \left( 1 - \left( 1 - \frac{Q}{\mu P} \right)^{2/3} \right) \quad (5.69)$$

Este tipo de contacto es muy frecuente en utillajes, pero debido a que los coeficientes de fricción son muy pequeños del orden de  $\mu = 0,1 \div 0,3$  el semiancho de contacto adherido  $c$  es muy elevado y el valor de la tensión tangencial bajo, por lo que la fuerza tangencial apenas influye en el fallo la fluencia plástica que ocurre mayormente en la subsuperficie.

La figura 5.14 muestra un caso de contacto cilíndrico el el cual se puede apreciar la discontinuidad en la fuerza de rozamiento que señala las zonas de deslizamiento en los extremos y la de adhesión en la parte central.

Además, las fuerzas normales suelen ser mucho mayores que las tangenciales en las sujeciones, sin llegar al límite de rozamiento. Para ello las fuerzas de apriete llevan un pretensado que proporciona una fuerza normal inicial que evite por todos los medios que la fuerza tangencial  $Q$  llegue a su límite  $\mu P$ .

Cuando la carga  $Q$  es oscilante, ocurre que sin perder la adhesión en la zona central, los extremos están continuamente deslizando produciendo un desgaste denominado *fretting*. Este tipo de desgaste es muy probable que se presente en el amarre

de piezas. Para evitarlo conviene que las fuerzas normales debido a los aprietes sea mucho mayor que los esfuerzos tangenciales que puedan producirse.

### Influencia de la rugosidad superficial en la distribución de presiones

Se ha de tener en cuenta en muchos casos que las superficies de la pieza y el utillaje con el que entra en contacto tienen una rugosidad superficial cuya altura suele ser del orden de magnitud del semiancho de contacto de Hertz, por lo tanto se ha de conocer la influencia de esa rugosidad superficial de ambas superficies en el perfil de presiones final, que afectará tanto al marcado sobre la pieza como en el posible inicio de grieta de fatiga. Formas de determinar la rugosidad superficial y su influencia en el fallo de lo que aquí se incluye un pequeño esbozo se puede estudiar con más profundidad en [?].

El parámetro más usado para estimar la calidad del acabado superficial es la desviación típica  $\sigma_s$  de la rugosidad superficial dada por el perfil de alturas del rugosímetro (en la literatura anglosajona “root mean squarerms”).

El parámetro normalizado para estimar la rugosidad superficial es la media de las alturas de los picos  $R_a$  pero como los rugosímetros actuales tienen salida digital, el cálculo de la desviación típica no entraña mucha dificultad, y es un parámetro mucho más repetitivo que el de la media  $R_a$ . La calidad de los engranajes suele venir expresado en función de los valores de la desviación típica.

El perfil dado por el rugosímetro se toma perpendicular a las líneas de contacto, pues es la dirección en la que se va a analizar el contacto plano. Para estimar la influencia de la rugosidad superficial en las tensiones superficiales cuando dos dientes entran en contacto, se va a tomar el modelo de Greenwood y Williamson de caracterización de superficies [?]. Este modelo supone que la distribución de alturas de la superficie es normal y toma los siguientes parámetros:

- $\sigma_s$  desviación típica de la altura de la rugosidad
- $\kappa_s$  curvatura de los picos
- $\eta_s$  densidad de picos (n.º de picos por unidad de área)

Para la obtención de estos parámetros en superficies reales se parte del perfil de la superficie dado por el rugosímetro. Este perfil es bidimensional, es una curva tomada en una longitud  $L$  que es la unión de los datos de las alturas  $z_i$  tomadas a intervalos de  $h$ . A partir de las alturas  $z_i$  del rugosímetro se pueden calcular los siguientes datos en cada punto registrado:

$$\begin{array}{ll}
 \text{pendiente} & m_i = \frac{z_{i+1} - z_i}{h} \\
 \text{curvatura} & k_i = \frac{z_{i+1} - 2z_i + z_{i-1}}{h^2} \\
 \text{densidad de picos} & \eta_p \quad \text{dados en la curva del rugosímetro por unidad de longitud}
 \end{array}
 \tag{5.70}$$

Las series de datos anteriores  $(z_i, m_i, k_i)$  tienen sus respectivas desviaciones típicas  $\sigma_s$ ,  $\sigma_m$  y  $\sigma_k$ . Los dos últimos parámetros son muy sensibles al intervalo  $h$  cuando éste se toma del orden de la distancia que hay entre picos. Las características de la topografía de la superficie rugosa se pueden estimar a partir de los datos del rugosímetro de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\sigma_s &\approx \sigma \\ \kappa_s &\approx \sigma_k \\ \eta_s &\approx \eta_p\end{aligned}\quad (5.71)$$

Para esta última suposición se ha tenido en cuenta que las estrías de la rugosidad superficial tienen el sentido perpendicular al plano del rugosímetro por lo que el número de picos en ese sentido es despreciable frente a los aparecidos en la curva origen. En el caso en el que la densidad de picos fuera igual en ambos sentidos, el valor de  $\eta_s$  sería estimado mejor por el de  $\eta_p$ . También se ha supuesto que la curva del rugosímetro detecte todos los picos al ser  $h$  lo suficientemente pequeño.

El contacto entre dos superficies rugosas, a efectos del estado de presiones y semiancho de contacto, se puede asemejar al sistema formado por una superficie plana rígida y una superficie con las siguientes características elásticas, geométricas y superficiales:

$$\begin{aligned}E &= \frac{1}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}} \\ R &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}\end{aligned}\quad (5.72)$$

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_{s1}^2 + \sigma_{s2}^2} \quad ; \quad \kappa_s = \frac{1}{\frac{1}{\kappa_{s1}} + \frac{1}{\kappa_{s2}}} \quad ; \quad \eta_s = \eta_{s1} + \eta_{s2} \quad (5.73)$$

En el análisis de las tensiones de contacto se va a suponer que las asperezas no se deforman plásticamente, y tienen una distribución gaussiana de alturas, que es la más común en los procesos descritos. Se ha observado experimentalmente que la rugosidad superficial tiene dos efectos principales sobre la distribución de presiones de Hertz como se puede apreciar también en la Figura 5.15:

- Disminuye el pico de presiones
- Aumenta el ancho efectivo de contacto

La suma de estos dos efectos se traduce en que la tensión tangencial máxima subsuperficial disminuye y aumenta la profundidad a la que ocurre debido al aumento del ancho efectivo de contacto  $a^*$ . Ambos efectos son beneficiosos desde el punto de vista de resistencia a fatiga cuando la grieta tiene comienzo en la subsuperficie. Dos parámetros adimensionales en función de los cuales se puede expresar tanto la variación de la presión máxima de contacto, como el semiancho efectivo de contacto, han sido definidos por K. L. Johnson [?]:

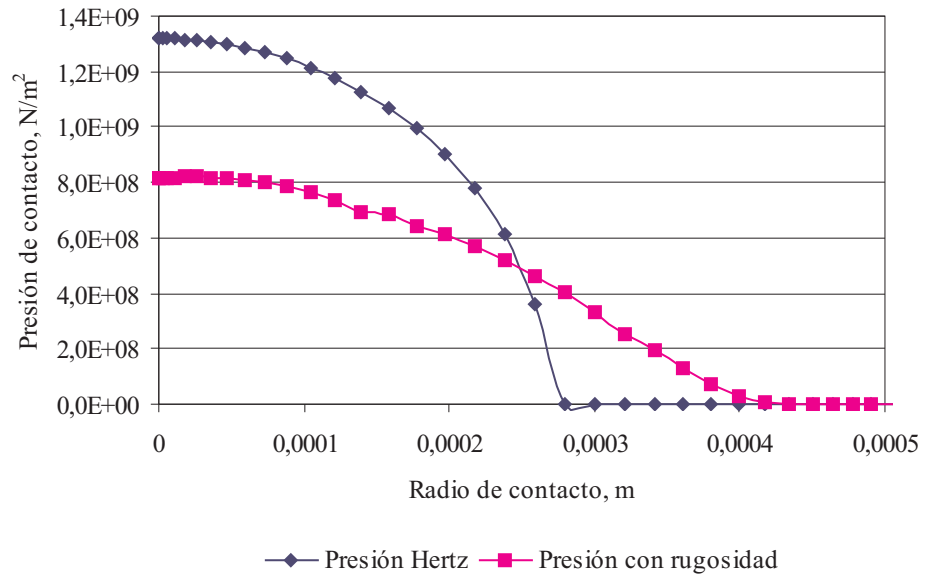


Figura 5.15: Influencia de la rugosidad superficial en la distribución de presiones de Hertz

$$\alpha = \left( \frac{16RE}{9P^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5.74)$$

$$\mu = \frac{8}{3} \eta_s \sigma_s \left( \frac{2R}{\kappa_s} \right)^{\frac{1}{2}}$$

A partir de las representaciones gráficas de estos parámetros [?] se han obtenido la siguiente correlación lineal:

$$\frac{p(0)}{p_0} = 0,924251 - 057377\alpha + 0,004063\mu \quad (5.75)$$

Los errores obtenidos mediante esta correlación son menores del 5 % para el caso de la relación de presiones, y del 1 % para la relación de semianchos de contacto. Se pueden considerar válidas para un rango de valores de  $a$  entre 0.05 y 1, y para un rango de valores de  $\mu$  entre 4 y 17.

Se puede observar en la correlación que el parámetro más influyente con diferencia es  $\sigma_s$ , mientras que las características topográficas de  $\eta_s$  y  $\kappa_s$  tienen una influencia mucho menor. De las expresiones anteriores se deduce que si  $a^*/a_0 < 0,05$  se puede despreciar la influencia de la rugosidad superficial en la distribución de presiones sobre las superficies.

### Casos típicos de sujeción

La forma de analizar los apoyos es asemejando los apoyos a los casos vistos:

- Agarres con tornillo: Estos tornillos llevan por lo general punta esférica con un radio de curvatura elevado.
- Agarres de levas: Se tratan como contacto entre superficie cilíndrica (la leva con un radio de curvatura que le corresponda en el punto de contacto) y plana.
- Apoyo de ejes en bloques en V: se tratan como contacto entre superficie cilíndrica y superficie plana, la longitud de contacto será la del bloque en V.
- Garra de fricción: muy usado en los tornos, se debe tratar como una sucesión de contactos esféricos concatenados que se reparten la carga según la rigidez de cada punta. Aquí se utilizarían los métodos utilizados en la sección 5.3.3.
- ...

#### 5.4.2. Determinación del daño en la pieza

Una vez determinado el esfuerzo que actúa sobre la superficie de contacto, se ha de conocer el estado tensional del punto más crítico para prever si va a quedar dañada la pieza después de realizar la operación.

La superficie de la pieza queda dañada si algún punto de la superficie o de la subsuperficie fluye plásticamente. Si el volumen de material deformado plásticamente aflora a la superficie el daño será visible, pero si el volumen permanece en la subsuperficie, quedando encerrado dentro de material deformado elásticamente, el daño no será visible pero el material quedará con unas tensiones residuales que pueden disminuir sus prestaciones en servicio. De todas formas en muchos casos los requisitos de calidad exigen simplemente de este daño no haya aflorado a la superficie por tener ésta una simple función estética.

En el contacto elástico hertziano, el material empieza a fluir plásticamente en la subsuperficie cuando se alcanzan ciertos límites en la tensión cortante equivalente (criterio de Tresca) o en la energía de deformación (criterio de von Misses).

En el caso de contacto entre cilindros, la máxima tensión tangencial es de 0.3 veces la presión máxima de Hertz  $p_0$ , y se produce a una profundidad de 0.78 veces el semiancho de contacto  $a$ . En el caso de contacto entre esferas, la máxima tensión tangencial se produce a 0.4 veces el semiancho de contacto.

En ambos casos el material empieza a fluir plásticamente pero en un volumen encerrado por material que sólo está deformado elásticamente con lo que el daño no llega a apreciarse en la superficie, y la pieza supera los controles de calidad. La superficie llega a deformar plásticamente y por lo tanto el daño empieza a ser apreciado cuando la presión máxima es 3 veces la tensión de fluencia equivalente  $\bar{Y}$ .

Se ha de tener en cuenta que la presencia de tracciones tangenciales, por pequeñas que éstas sean, hacen que la fluencia plástica comience mucho más cerca de la superficie con lo que el límite antes señalado se rebaja considerablemente. Para estudiar este caso y otros como la influencia de la rugosidad superficial, etc., se disponen de herramientas para iniciar su estudio y poder determinar el límite de esfuerzo sobre la superficie. Se ha desarrollado para este fin un algoritmo numérico que dibuja mapa tensional en la zona de contacto, y se puede estudiar en [?].

## Apéndice I: Rigidez de una viga empotrada en un extremo

Se define desplazamiento específico  $K_1$  de la viga en un punto  $P$  como el desplazamiento del punto  $P$  donde se aplica la carga y en la dirección de ésta cuando el valor de la misma es la unidad. Si se representa gráficamente la  $K$  respecto de la distancia de  $P$  al empotramiento, se obtiene una curva creciente  $K$  como la mostrada en la Figura 5.8. Al ser un material elástico y los desplazamientos pequeños, el desplazamiento en un punto será proporcional a la carga aplicada, pues se trabaja dentro del ámbito lineal.

$$\delta = F_i k(x) \quad (5.76)$$

La energía de deformación de la viga será igual al producto de la fuerza por el desplazamiento en el punto de aplicación de la carga, y dividido por dos si se supone el procesos de aplicación es cuasiestático, con lo que al sustituir la Ecuación (5.76)



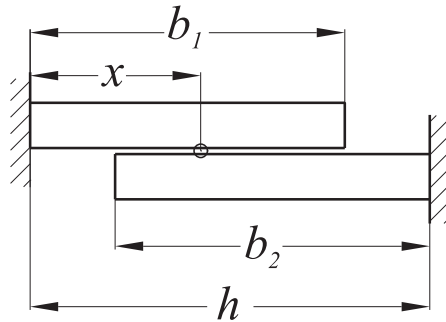


Figura 5.16: Sistema de dos cuerpos elásticos con un punto en contacto

resulta que la energía de deformación  $U$  es función cuadrática de la fuerza aplicada.

$$U = \frac{1}{2} F_i \delta = \frac{1}{2} F_i F_i k(x) \quad (5.77)$$

Si dos vigas contactan en un punto y en ese punto actúan la una contra la otra con una fuerza unidad, tal como se muestra en la Figura 8.2, los desplazamientos en ambas vigas vendrán dados por la rigidez de cada una. La suma de ambos desplazamientos dará como resultado la rigidez del par de vigas. Al venir las rigideces en función de la distancia desde el punto de carga hasta el empotramiento, en una de las vigas se hará una traslación del origen de coordenadas de forma que la nomenclatura usada en las expresiones coincida con las entidades de acotación de la Figura 8.2.

## Apéndice II: Métodos de minimización de la energía de deformación

Para la resolución matemática del problema planteado en la Ecuación (5.45), existen varios métodos. La función objetivo es cuadrática, lo que hace que no se puedan aplicar las técnicas de programación lineal que son las más extendidas para resolver problemas de optimización. Las rutinas típicas de programación cuadrática tienen el inconveniente de ser iterativas y laboriosas, y pueden surgir problemas de convergencia. También existe la posibilidad de linealizar el problema como hizo Vijayarangan *et al.* [?] para solucionar el contacto entre cuerpos. Uno de los métodos adoptados ha sido el de asemejar el problema al tipificado de Kuhn-Tücker mucho más general y suficientemente conocido.

### Método de las condiciones de Kuhn-Tücker

El problema señalado anteriormente es equivalente al conocido como problema de Kuhn-Tücker [?], por lo tanto, sus soluciones son equivalentes y bastará con

solucionar el problema de Kuhn-Tücker, de carácter más general, una vez establecidas las condiciones de necesidad y suficiencia para la equivalencia del problema. El enunciado del problema de Kuhn-Tücker viene dado, según la versión de Reklaitis [?], por la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g_j(x) \geq 0 \quad j = 1 \dots J \\ & h_k(x) = 0 \quad k = 1 \dots K \\ & x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \end{aligned} \quad (5.78)$$

La equivalencia entre este enunciado y (5.45) se hace patente introduciendo en el problema de Kuhn-Tücker las siguientes sustituciones:

$$\begin{aligned} x_i &= f_i \\ f(x) &= U\{f\} = \sum_{i,j} f_i c_{ij} f_j \\ g_i(x) &= f_i \quad J = N \\ h_k(x) &= \sum_{i=1}^N f_i - F \quad K = 1 \end{aligned} \quad (5.79)$$

Este problema, conforme a la teoría de Kuhn-Tücker, equivale a encontrar, además del vector  $x_{N \times 1}$ , los vectores  $u_{1 \times J}$ , y  $v_{1 \times K}$  que cumplen las condiciones de las expresiones (5.80) siguientes, siempre que se cumplan las condiciones de necesidad y suficiencia señaladas en el Apéndice II.

$$\begin{aligned} \nabla f(x) - \sum_{j=1}^J u_j \nabla g_j(x) - \sum_{k=1}^K v_k \nabla h_k(x) &= 0 \\ u_j g_j(x) &= 0 \\ u_j &\geq 0 \end{aligned} \quad (5.80)$$

Haciendo las sustituciones en el problema equivalente y operando las condiciones (5.80), resulta que las  $u_i$  son nulas, quedando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2f_i c_{ii} + \sum_{j \neq i} c_{ij} f_j - v &= 0 \\ \sum_i f_i - F &= 0 \end{aligned} \quad (5.81)$$

No se ha encontrado ningún significado físico a  $v$ , siendo un simple operador para calcular la solución.

Al hacer la equivalencia de Kuhn-Tücker han aparecido las variables  $c_{ij}$  y  $v$ , aumentando el número de ecuaciones pero también igualando su número al número de incógnitas, y eliminando las inecuaciones.

Lo usual en la solución de la mayoría de los problemas de Kuhn-Tücker es que la equivalencia no salga tan sencilla lo que obliga, como en los ejemplos presentados por Reklaitis [?], a solucionarlos por tanteo. Las condiciones de necesidad y suficiencia se verifican en este caso, como se aprecia en el Apéndice II, lo que significa que la solución única que resuelve el problema es la auténtica, es decir, que las  $f_i$  de la solución del sistema de ecuaciones (5.81) constituyen la verdadera distribución de fuerzas que resuelven el problema entre dos cuerpos en contacto.

## Método de los Multiplicadores de Lagrange

Se presenta ahora una versión del problema solucionado por el método de los Multiplicadores de Lagrange. En el cálculo de la distribución de carga por este método, el sistema de ecuaciones final es idéntico al que resulta de la formulación por las condiciones de Kuhn-Tücker.

Partiendo del problema mostrado en la Ecuación (5.45) se pueden sustituir las inecuaciones de la restricción (b) introduciendo valores  $a_i$  como incógnitas, quedando el problema definido de la forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_i \sum_j f_i c_{ij} f_j \\ & \sum f_i = F \quad (\text{a}) \\ & f_i - a_i^2 = 0 \quad (\text{b}) \\ & i = 1 \dots n \end{aligned} \quad (5.82)$$

Donde con las  $a_i$  se han introducido  $n$  variables y  $n$  restricciones, eliminando las inecuaciones. La función a minimizar, siguiendo el método de los Multiplicadores de Lagrange, tendrá la forma

$$U = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_i c_{ij} f_j - \lambda \left( \sum_{i=1}^n f_i - F \right) - \sum_{i=1}^n \lambda_i (f_i - a_i^2) \quad (5.83)$$

Siguiendo el método, se procede a hacer estacionaria la función  $U$

$$\frac{\partial U}{\partial f_i} = 0 = 2f_i c_{ii} + \sum_{j \neq i} c_{ij} f_j - \lambda - \lambda_i \quad (5.84)$$

$$\frac{\partial U}{\partial a_i} = 0 = +2\lambda_i a_i \quad (5.85)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda_i} = 0 = -(f_i - a_i^2) \quad (5.86)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = 0 = - \left( \sum f_i - F \right) \quad (5.87)$$

De (5.85) se deduce que todos los  $\lambda_i$  son nulos, con lo que de (5.84) y (5.87) se obtiene un sistema de  $n + 1$  ecuaciones con  $n + 1$  incógnitas, que proporciona los valores de  $f_i$  y de  $\lambda$ . Este sistema de ecuaciones coincide con el proporcionado por las condiciones de Kuhn-Tücker, obtenido anteriormente, que de igual modo se puede representar en forma matricial pues las ecuaciones son lineales, con lo que el sistema que queda es equivalente al dado en la expresión (5.81) con sólo sustituir  $v$  por  $\lambda$ .

Habitualmente, el multiplicador de Lagrange  $\lambda$  suele tener un significado físico concreto. En este caso, no se ha encontrado, siendo un simple operador necesario para hallar la solución del problema.

Se puede percibir que los valores de las  $f_i$  proporcionados por el método de los Multiplicadores de Lagrange son todos positivos, pues antes de que una fuerza  $f_i$  fuera negativa dejaría de haber contacto. Sin embargo, matemáticamente podría ocurrir que  $a_i$  fuera un número complejo. Una demostración intuitiva de que esto no ocurre es que, para que la energía fuera mínima y la fuerza total sea constante, una fuerza negativa  $f_i$  supondría que las fuerzas positivas tendrían que aumentar, con lo que la energía del sistema total aumentaría, con lo que se incumpliría el principio de mínima energía.

De todas formas, al estar demostrado matemáticamente que las condiciones de Kuhn-Tücker se cumplen, se puede extender esta conclusión al método de los multiplicadores de Lagrange, pues los resultados son los mismos.

### Apéndice III: Determinación de la presión de contacto entre dos cuerpos

A continuación se va a solucionar el caso plano por ser más sencillo y fácil de comprender. Cuando se tiene una distribución de presiones sobre una superficie semiindefinida, donde no se conocen las tensiones en la subsuperficie, la primera solución más intuitiva es su discretización en cargas puntuales de las que se conoce el campo de tensiones producido por cada una de ellas mediante las expresiones (5.88), según la Figura 5.17.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{2P \cos \theta}{\pi r} \\ \sigma_\theta &= 0 \quad ; \quad \tau_{r\theta} = 0 \end{aligned} \quad (5.88)$$

Aplicando la ley de Hooke se pueden determinar las deformaciones las cuales, a su vez, están relacionadas con los desplazamientos en las direcciones polares:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= -\frac{2P(1-\nu^2) \cos \theta}{\pi E r} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \epsilon_\theta &= \frac{2P\nu(1+\nu) \cos \theta}{\pi E r} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \\ \tau_{r\theta} &= 0 = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \end{aligned} \quad (5.89)$$

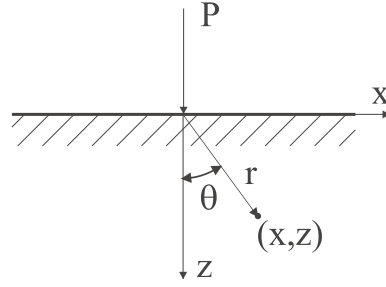


Figura 5.17: Carga puntual sobre una superficie semiindefinida

Este sistema de ecuaciones en derivadas parciales es resoluble mediante ciertas manipulaciones matemáticas, que aquí no se van a exponer por razones de espacio, a nuestros efectos sólo nos interesa el valor de los desplazamientos en la superficie y su relación con la fuerza aplicada:

$$\begin{aligned} (\bar{u}_r)_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)P}{2E} \\ (\bar{u}_r)_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= \frac{2P}{\pi E}(1-\nu^2)\ln r + C \end{aligned} \quad (5.90)$$

Por la constante  $C$  es imposible tener un valor de  $\bar{u}_z$  por lo que se ha de poner una condición de contorno arbitraria. La barra encima de las magnitudes indican que se refieren a puntos de la superficie del espacio semiindefinido.

En el caso de actuar una carga tangencial se tiene el siguiente campo de tensiones:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{2Q \operatorname{sen} \theta}{\pi r} \\ \sigma_\theta &= 0 \quad ; \quad \tau_{r\theta} = 0 \end{aligned} \quad (5.91)$$

Siguiendo el mismo procedimiento usado anteriormente se obtiene el siguiente campo de deformaciones:

$$\begin{aligned} (\bar{u}_r)_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= (\bar{u}_r)_{\theta=-\frac{\pi}{2}} = \frac{2Q}{\pi E}(1-\nu^2)\ln r + C \\ (\bar{u}_r)_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)Q}{2E} \end{aligned} \quad (5.92)$$

Aplicando el principio de superposición se pueden obtener los desplazamientos cuando actúa una distribución de presiones normal  $p(s)$  y tangencial  $q(s)$ , de forma que se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{u}_x &= +\frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{2E} \left\{ \int_{-b}^x p(s)ds - \int_x^a p(s)ds \right\} - \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} \int_{-b}^a q(s) \ln|x-s|ds + C_1 \\ \bar{u}_z &= -\frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} \int_{-b}^a p(s) \ln|x-s|ds + \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{2E} \left\{ \int_{-b}^x q(s)ds - \int_x^a q(s)ds \right\} + C_2 \end{aligned} \quad (5.93)$$

Son integrales que se pueden resolver numéricamente a falta de una condición de contorno para obtener la constante.

Suelen ser más útiles sus derivadas:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} &= \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{2E} p(x) - \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} \int_{-b}^a \frac{q(s)}{x-s} ds \\ \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial x} &= -\frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} \int_{-b}^a \frac{p(s)}{x-s} ds + \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{2E} q(x)\end{aligned}\quad (5.94)$$

La primera parte de esta ecuación es la deformada superficial  $\epsilon_x$ , mientras que la segunda parte representa la pendiente de la superficie tal como queda. Estas ecuaciones incluyen en sí unas integrales impropias llamadas valores propios de Cauchy que se pueden solucionar mediante el teorema de los residuos o numéricamente mediante cuadraturas especiales.

Como se disponen de dos ecuaciones y cuatro variables ( $p(x)$ ,  $q(x)$ ,  $\bar{u}_x$ ,  $\bar{u}_z$ ), habrá que restringir dos para obtener las otras dos. De esta forma surgen cuatro tipos de problemas según las dos variables conocidas. Entre paréntesis se señalan ejemplos de esos casos.

- **Tipo I:**  $p(x)$  y  $q(x)$  (distribuciones hidráulicas)
- **Tipo II:**  $\bar{u}_z$  y  $q(x)$  (contacto sin fricción contra un cuerpo rígido  $q(x) = 0$ ), o bien  $\bar{u}_x$  y  $p(x)$  (contacto entre superficies que no deslizan  $\bar{u}_x = 0$ )
- **Tipo III:**  $\bar{u}_x$  y  $\bar{u}_z$  (punzón rígido con adhesión  $\bar{u}_x = 0$ )
- **Tipo IV:**  $\bar{u}_z$  y  $q(x) = \pm \mu p(x)$  (punzón rígido con contacto deslizante)

Muy frecuentemente se presentan en el contacto una combinación de varios tipos de problemas, además, en el contacto utillaje-pieza, los datos no son la distribución de presiones sino la fuerza normal y la fuerza tangencial total, las cuales deben ser iguales a la integración de las presiones normales y tangenciales respectivamente. Tampoco se suele conocer el área de contacto, dato que se obtiene por iteración.

Para simplificar la resolución del problema se van a resolver los problemas de tipo II con  $q(x) = 0$ , uno de cuyos casos particulares es el famoso y común contacto hertziano. Después se expondrán otras soluciones que incluyen el contacto con deslizamiento parcial (Tipo IV), y el contacto entre superficies rugosas (Tipo II pero con múltiples puntos de contacto). Con el campo de presiones calculado se procederá a la determinación del mapa tensional en la subsuperficie que indicará si se produce daño en la pieza.

## Apéndice IV: Valores propios de Cauchy para forma geométrica polinomial

Se trata de resolver el valor propio de Cauchy que tiene la siguiente forma:

$$I_n = \int_{-1}^1 \frac{S^n(1-S^2)^{\frac{1}{2}}}{X-S} dS \quad (5.95)$$

en donde  $X = \frac{x}{a}$  y  $S = \frac{s}{a}$ .

La solución de esta integral sigue un ley de recursividad de

$$I_n = XI_n - 1 - J_n \quad (5.96)$$

Siendo  $I_0 = \pi X$  y  $J_n$  sale de la siguiente integral:

$$J_n = \int_{-1}^1 S^n(1-S^2)^{\frac{1}{2}} dS \quad (5.97)$$

$J_n$  es nulo para  $n$  impar.

Aunque esta solución es para funciones polinomiales, se puede tener en cuenta que cualquier función puede desarrollarse en polinomios de Legendre que son los que mejor aproximación por mínimos cuadrados dan.

## Apéndice V: Resolución del problema hertziano

En los problemas de tipo II en donde  $q(x) = 0$ , la forma del punzón rígido tiene una superficie polinomial de la forma  $u_z(x) = -Bx^{n+1}$  la ecuación de contacto resultante es:

$$\int_{-a}^a \frac{p(s)}{x-s} ds = \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)} (n+1) Bx^n \quad (5.98)$$

Para despejar  $p(x)$  sirve la equivalencia de Miklin (1948)[?]:

$$\text{Si } \int_{-b}^a \frac{F(s)}{x-s} ds = g(x) \Rightarrow F(x) = \frac{1}{\pi^2 \{(x+b)(a-x)\}^{\frac{1}{2}}} \left[ \int_{-b}^a \frac{\{(x+b)(a-x)\}^{\frac{1}{2}} g(s)}{x-s} ds + C \right] \quad (5.99)$$

La constante  $C$  se calcula mediante la condición de contorno del valor de la fuerza total:

$$\int_{-b}^a p(x) dx = P \quad (5.100)$$

De este modo queda que para contacto simétrico la presión sobre la superficie será:

$$p(x) = -\frac{E(n+1)Ba^{n+1}}{2(1-\nu^2)\pi} \frac{I_n}{\sqrt{a^2-x^2}} + \frac{P}{\pi\sqrt{a^2-x^2}} \quad (5.101)$$

A continuación se estudiará el caso de contacto entre un punzón rígido sobre una superficie plana elástica. Si el punzón es cilíndrico el contacto será hertziano.

La superficie cilíndrica de radio  $R$  se puede aproximar mediante una parábola en la cual la distancia penetrada será:

$$u_z(x) = \frac{x^2}{2R} \quad (5.102)$$

con lo que estableciendo las equivalencias respecto al problema anterior se tiene que  $B = -1/(2R)$  y  $n = 1$ .

Normalmente en el contacto se tiene como dato la fuerza total de compresión  $P$ , teniendo en cuenta el principio de Boussinesq por el que la presión en los extremos del contacto debe ser nula, se tiene que

$$p(\pm a) = \frac{1}{\pi(a^2 - a^2)} \left( -\frac{\pi E a^2}{4R} + P \right) \quad (5.103)$$

Para que tenga un valor finito se ha de cumplir que

$$P = \frac{\pi E a^2}{4R} \quad (5.104)$$

Lo que permite obtener el semiancho de contacto a partir de los datos del problema.

$$a = \sqrt{\frac{4RP}{\pi E}} \quad (5.105)$$

La forma del perfil de presiones será elíptica:

$$p(x) = \frac{2P}{\pi a^2} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (5.106)$$

La máxima presión sobre la superficie será entonces:

$$p_0 = \sqrt{\frac{PE}{\pi R}} \quad (5.107)$$



# Procesos de conformado por deformación plástica

## 6.1. Introducción

El conformado por deformación plástica es el proceso más antiguo para la fabricación de piezas metálicas. El notable desarrollo tecnológico que han sufrido estos procesos hasta la actualidad permite disponer de una amplia variedad de técnicas adaptadas para las distintas aplicaciones, que abarcan desde productos que sirven como materia prima para otros procesos de fabricación hasta componentes finales.

## 6.2. Deformación permanente en metales

El enlace metálico que une los átomos con orbitales  $d$  tienen los electrones de estos orbitales compartidos por los distintos núcleos, circulando libremente a través de todo el material.

La temperatura del material afecta a la distancia media existente en los átomos: A mayor temperatura, mayor será la amplitud de la vibración de los átomos y, por lo tanto, mayor distancia entre ellos.

La forma de los átomos y la distancia entre ellos hace que el metal cristalice de una manera característica. El aluminio cristaliza cúbico centrado en caras, el titanio y el zinc cristaliza en hexagonal compacto, el hierro y el cobalto tienen formas alotrópicas, es decir, dependiendo de la temperatura cristalizan en cúbico centrado en cuerpo a temperatura ambiente y cúbico centrado en caras a altas temperaturas.

Según la forma de cristalizar, el metal tendrá unos planos característicos de deslizamiento. El que más planos de deslizamiento tiene es el cúbico centrado en

caras seguido del centrado en cuerpo y por último el hexagonal que sólo tiene un plano de deslizamiento.

Un metal está formado por granos microscópico, cada uno de los cuales es un cristal con miles de átomos y con una orientación determinada. La distinta orientación de los granos cuyo conglomerado forma el metal hace que el material tenga un comportamiento isotrópico a escala macroscópica.

Al deformar el metal siempre se encontrarán granos con planos cristalográficos orientados en la dirección del cortante máximo que se deformarán permanentemente, mientras que los que no lo están rotarán hasta que se encuentren en la dirección para deformarse. Esto hace que el metal deformado esté internamente muy distorsionado, y los granos deformados aumenten sus imperfecciones cristalinas (dislocaciones). Se dice entonces que el material posee acritud.

Esta acritud hace que localmente muchas partículas se encuentren tensionadas, aunque globalmente el material se encuentre en equilibrio, son las tensiones residuales. Otro efecto de la acritud es el aumento de resistencia a la deformación permanente que se produce (endurecimiento), y la disminución de capacidad de deformación antes de la rotura (fragilización).

La acritud se puede eliminar manteniendo el metal a alta temperatura durante largo tiempo. Este aumento de temperatura aumenta la vibración de los átomos permitiendo una más rápida recolocación y reorganización de los átomos y granos (recristalización), aliviando las tensiones residuales. Este tratamiento térmico suele conocerse como recocido, o revenido.

Una característica propia del material es su temperatura de recristalización, definida como la temperatura a la cual el material alivia un 95% de sus tensiones residuales en una hora. Esta temperatura varía con la composición de la aleación, la cantidad de deformación (acritud) y con las transformaciones de fase que tengan que ocurrir. Esta recristalización se realiza en tres fases: Difusión de defectos cristalinos (cristalitas), alivio de tensiones, y crecimiento de grano (éste hace decrecer la resistencia del material). Habitualmente se estima que esta temperatura se encuentra entre un medio y un tercio de la temperatura de fusión.

### 6.3. Curva del ensayo de tracción

Un ensayo típico para la estimación de las propiedades plásticas de un material es el «Ensayo de tracción». Este ensayo consiste en estirar una probeta a una velocidad constante registrando la resistencia (fuerza) que opone al estiramiento. De aquí se obtiene una curva fuerza-incremento de longitud. La curva que habitualmente (Figura 6.1) se usa es la fuerza dividida el área de la sección inicial de la probeta frente al incremento de longitud dividido por la longitud inicial de la probeta. A uno y otro valor se le denomina tensión nominal  $s$  y deformación nominal  $e$  respectivamente.

Las tensiones y deformaciones nominales están referidos a valores geométricos iniciales, pero la tensión real depende del área actual que soporta la carga y la

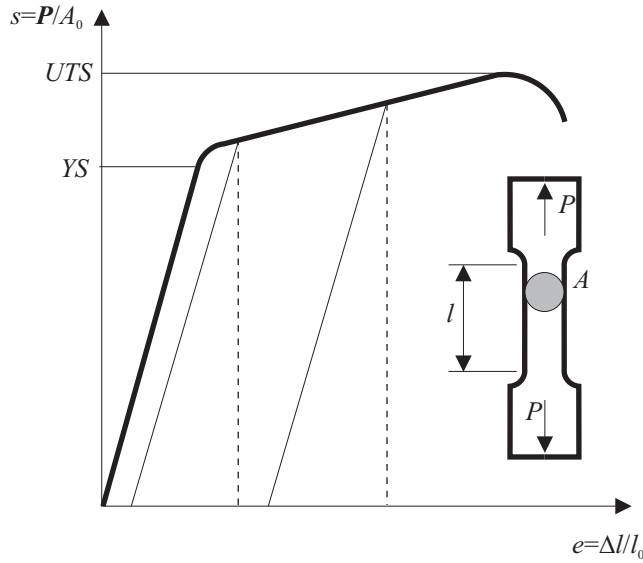


Figura 6.1: Curva de ensayo a tracción

deformación real depende de la historia de las distintas deformaciones a las que ha sido sometida la probeta. Para relacionar los valores nominales con los reales se parte de la hipótesis de conservación de volumen durante el proceso de deformación. Esta hipótesis parte de que la densidad del material no cambia y por lo tanto el producto del área por la longitud en cualquier instante es igual al producto entre valores iniciales:

$$A_0 \cdot l_0 = A \cdot l \quad (6.1)$$

Por lo tanto la tensión real será:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P \cdot A_0}{A_0 \cdot A} = s \cdot (1 + e) \quad (6.2)$$

Del mismo modo se procede con la deformación real.

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} = \ln(1 + e) \quad (6.3)$$

El uso de la deformación real tiene la ventaja adicional de que sus valores son aditivos.

Otro valor interesante es la velocidad de deformación en función de la velocidad lineal, ya que de este factor depende la curva de tracción en materiales deformados en caliente.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{de}{dt} = \frac{dl}{dt} \frac{1}{l_0} = \frac{v}{l_0} \quad (6.4)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\ln \frac{l}{l_0}}{t} = \frac{v}{l} \quad (6.5)$$

Los puntos característicos de esta curva son la resistencia a fluencia  $YS$  que limita la zona elástica y la tensión última  $UTS$  que indica la mayor fuerza que puede resistir un material para una tensión inicial dada.

### 6.3.1. Modelización del material

La curva de tracción suele tener una zona plástica mucho más amplia que la señalada en la figura 6.1, ya que la parte elástica es mucho más pequeña en relación al total de la dimensión de la  $UTS$  tanto en la parte de tensiones como en la de deformaciones. Por ello se suele aproximar el comportamiento del material mediante una curva exponencial en el que las abscisas son las deformaciones permanentes y las ordenadas son las tensiones de fluencia para cada deformación permanente. Su forma general será:

$$\sigma = C \cdot \varepsilon^n \cdot \dot{\varepsilon}^m \quad (6.6)$$

El exponente  $n$  indica el grado de endurecimiento por deformación, y el valor de  $m$  indica el endurecimiento por velocidad de deformación (en procesos en frío se suele considerar  $m = 0$ ).

Para ciertos cálculos esta curva exponencial se suele simplificar tomando un valor constante de la tensión de fluencia que será la media de la curva exponencial en el rango de valores que se vaya a usar.

$$\bar{Y} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon \quad (6.7)$$

### 6.3.2. Punto de inestabilidad

En procesos de tracción o expansión o estiramiento se podría producir adelgazamientos, los cuales se convierten en los puntos más débiles de la pieza que se está deformando pudiendo ocurrir que toda la deformación plástica pase a concentrarse en esos puntos. Cuando esto ocurre se dice que el proceso ha entrado en fase de inestabilidad. Casos típicos son el acuellamiento en tracción, los cráteres en estiramiento plano, o la explosión de tubos a presión.

En el caso de la tracción unidimensional la inestabilidad ocurre cuando la deformación es tal que para una fuerza constante un punto se deforma plásticamente a costa de la recuperación elástica del resto de la pieza. Este fenómeno coincidiría con el máximo de la curva  $P - \varepsilon$ .

$$\frac{dP}{d\varepsilon} = 0 = \frac{d(\sigma \cdot A)}{d\varepsilon} = C\varepsilon^n(-A) + ACn\varepsilon^{n-1} \quad (6.8)$$

Por lo que la inestabilidad ocurre cuando la deformación alcanza el valor del exponente  $n$ .

## 6.4. Trabajo de deformación

Para el cálculo de fuerzas y potencias de proceso, el método más simple es mediante la obtención del trabajo de deformación homogénea. En el cual se calcula la deformación sufrida por el material considerando el estado final de éste, y a partir de la energía necesaria para llevar a cabo esta deformación, se mejora la energía necesaria multiplicándolo por factores que estimen la fricción y la irreversibilidad (o redundancia) del proceso.

$$\delta W = P\delta l = \sigma A\delta l = V\sigma\delta\varepsilon \quad (6.9)$$

Si el material sigue la ley exponencial.

$$\frac{w}{V} = \int_0^{\varepsilon_f} C\varepsilon^n d\varepsilon = \frac{C}{n+1}\varepsilon^{n+1} \quad (6.10)$$

## 6.5. Laminación de chapa metálica

La laminación es un proceso de conformado en el que el material es forzado a pasar entre dos elementos rotatorios por la fricción con uno de ellos. Es el proceso mediante el cual se genera la chapa metálica usada en multitud de aplicaciones, aunque también se sigue este proceso para generar otros perfiles como raíles de tren, vigas metálicas estructurales, perfilado de tubos, etc.

En el laminado se distinguen los procesos de laminado en caliente y en frío. Con el laminado en caliente se pueden obtener hasta espesores de 2 mm, para obtener espesores menores con la suficiente calidad superficial se requiere realizar el proceso en frío. En acero, el espesor más extendido es el de 0.6 mm que es el más usado para las carrocerías de la industria de automoción. En aluminio se obtienen espesores de centésimas de milímetros con acabado superficial excelente y tienen aplicaciones en la industria alimentaria e sanitaria.

En el laminado hay dos rodillos de los que uno posee la fuerza motriz y tiene un acabado superficial más irregular para que el rozamiento provoque el avance de la chapa. El diámetro de los rodillos influye decisivamente en las tensiones residuales que quedan en la chapa después de deformar en frío. Si los diámetros son excesivamente grandes genera unas tensiones residuales de tracción en la superficie que facilita la aparición de grietas, picaduras por corrosión, etc. Lo habitual es que en la superficie queden tensiones residuales de compresión que permitan el doblado y a la vez aumente su resistencia a la corrosión por picaduras y a la fatiga, ya que las propias tensiones residuales tienden a cerrar las pequeñas grietas que pudieran formarse, impidiendo su crecimiento.

El proceso de laminación en frío se realiza en varias etapas montadas en serie (el tren de laminación), y el producto final se enrolla en una bobina para facilitar el transporte y conservación de la misma. En las etapas finales de la laminación, cuando el espesor es muy pequeño, para que el diámetro del rodillo sea similar al

espesor de la chapa, el movimiento se transmite a través de rodillos más rígidos que eviten la flexión por compresión.

## 6.6. Tecnologías de transformación de chapa metálica

Una de las características más importantes de la chapa metálica es su anisotropía. Las diferentes características que presenta en las distintas direcciones se puede aprovechar para obtener productos de mejor calidad. Por ejemplo, conseguir una buena resistencia a la deformación en la dirección perpendicular al plano de laminación permite que ésta no adelgace en un proceso de doblado presentando la zona doblada buena resistencia y rigidez. Esta es una propiedad que tienen las chapas de acero y titanio pero que no tienen las de aluminio, por ello el aluminio tiene un uso limitado en las carrocerías de los coches. Por otro lado, si las propiedades son distintas en las dos direcciones del plano de la chapa, a la hora de embutir es fácil que se formen como orejas en los bordes, lo cual hace necesario añadir al proceso una operación de eliminación de material y enrasado de bordes.

El parámetro más usado para estimar la anisotropía de la chapa es la relación entre las deformaciones plásticas en la dirección perpendicular al estirado y la del espesor de viruta. Este parámetro es el coeficiente de anisotropía  $R$  en una dirección determinada.

$$R = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} = \frac{\ln(W_f/W_0)}{\ln(t_f/t_0)} \quad (6.11)$$

en donde  $W$  es el ancho de la probeta y  $t$  es el espesor. Por lo tanto, después del estirado se tiene que  $W_f < W_0$  y que  $t_f > t_0$ . Cuanto mayor sea el coeficiente de anisotropía, más facilidad tendrá la chapa de ser doblada o embutida sin adelgazamientos.

Estimando los coeficientes de anisotropía a  $0^\circ$  de la dirección de laminación, y a  $45^\circ$  y a  $90^\circ$  se pueden obtener coeficientes de anisotropía característicos del material: Coeficiente de anisotropía medio  $R_m$  y el coeficiente de anisotropía plano  $R_p$ .

$$R_m = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4} \quad (6.12)$$

$$R_p = \frac{R_0 - 2R_{45} + R_{90}}{2} \quad (6.13)$$

En el proceso de embutición hay un coeficiente que delimita el diámetro que se puede embutir de una chapa determinada ( $D_0$ ) respecto al diámetro del punzón ( $D_p$ ). Este coeficiente es la Relación Límite de Embutición (LDR). El defecto más habitual que puede presentar el producto cuando se embuten diámetros mayores es la rotura por adelgazamiento en la base. Para evitar este defecto conviene que el

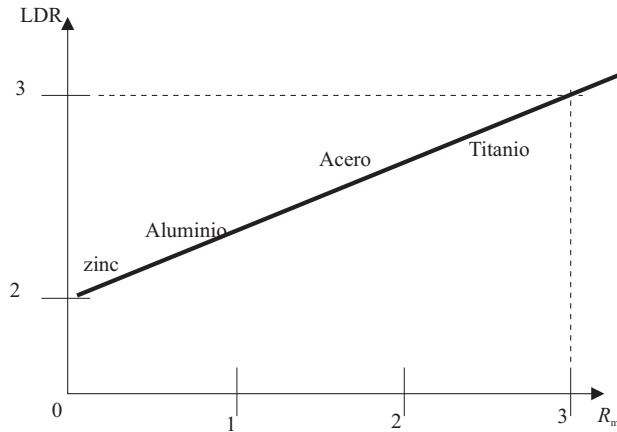


Figura 6.2: Relación entre la LDR y el coeficiente de anisotropía medio

material tenga un coeficiente de anisotropía normal elevado. Para que el las orejas el producto sean pequeñas el coeficiente de anisotropía plano debe ser lo más próximo a 0.

$$\text{LDR} = \frac{D_0}{D_p} \quad (6.14)$$

Experimentalmente se ha estimado de forma general el valor que toma la LDR respecto a  $R_m$ .

## 6.7. Problemas de deformación plástica

1. En un ensayo de tracción sobre una probeta cilíndrica de acero inoxidable de  $l_0 = 50,8$  mm y sección  $A_0 = 35,8$  mm<sup>2</sup> se ha obtenido los siguientes datos:

Carga (N)	$\Delta l$ (mm)
7208	0
11250	5.508
13500	2.03
16200	2.08
18900	10.16
20200	15.24
20700	21.8
13200	24.0

La sección de la zona fracturada era de  $A_{min} = 10,0$  mm<sup>2</sup>

Representar gráficamente la curva  $\sigma - \varepsilon$ . Calcular las constantes del comportamiento exponencial.

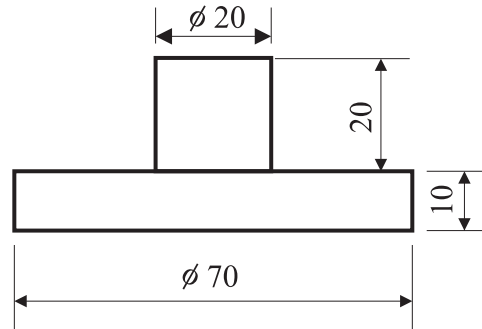
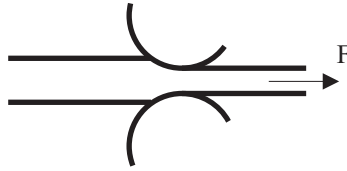


Figura 6.3: Extrusión directa

2. En la figura se muestra una pieza producida por una extrusión directa. Determinar la fuerza necesaria para producirla. El material es un acero cuya ley de deformación plástica es  $\sigma = 650\varepsilon^{0.26}$  N/mm<sup>2</sup>.
3. Determinar la potencia necesaria para el accionamiento de una prensa hidráulica capaz de comprimir en caliente un tocho cilíndrico de acero de 530 mm de diámetro, desde una longitud inicial de 150 mm hasta una final de 80 mm, a una velocidad de 0.1 mm/s  
Supóngase que:
  - El comportamiento del material sigue una ley del tipo  $\bar{Y}=47$  N/mm<sup>2</sup>
  - El rendimiento global del sistema hidráulico-mecánico de la prensa es del 45 %
  - La velocidad relativa de acercamiento de las plataformas de la prensa es de 0.4 %
  - Los efectos de fricción y distorsión interna pueden introducir incrementos promedios de un 40 %
4. Se pretende realizar el estiramiento de un cilindro de  $\phi 20 \times 50$  mm hasta una longitud de 70 mm. El material sigue una ley de comportamiento plástico  $\sigma = 650\varepsilon^{0.22}$  N/mm<sup>3</sup>.
  - a) ¿Cuál es la energía de deformación del proceso?
  - b) ¿Cuál es la fuerza máxima que se alcanza durante el proceso?.
5. En un proceso de estirado de chapa metálica se pretende reducir el espesor de un fleje de  $20 \times 1$  mm a 0.8 mm (sin reducción del ancho) mediante su paso entre dos rodillos. El metal tiene una tensión de fluencia de  $\sigma = 240 \cdot \varepsilon^{0.33}$  MPa. Las pérdidas por fricción y redundancia son el 30 % de la energía total del proceso.



- a) Calcular la fuerza necesaria para la realización del proceso
- b) Determinar el aumento de resistencia a fluencia del fleje con la reducción de espesor
- c) Calcular la productividad máxima del proceso cuando la potencia disponible en la máquina es de 5 kw



6. Determinar la potencia necesaria para el accionamiento de una trefiladora capaz de disminuir un alambre desde un diámetro  $D_1 = 6$  mm a un diámetro  $D_2 = 5$  mm en una sola etapa, y con una productividad de 5 m/s.

Supóngase que:

- El comportamiento del material sigue una ley del tipo  $\sigma = 745\varepsilon^{0,48}$  N/mm<sup>2</sup>
  - El rendimiento global del sistema mecánico de la máquina es del 70 %
  - Los efectos de fricción y distorsión interna pueden introducir incrementos promedios de un 50 %
7. Un tubo con un diámetro exterior  $D_1 = 60$  mm y espesor  $t_1 = 10$  mm es reducido a un diámetro  $D_2 = 50$  mm en un proceso de trefilado simple (aunque con un mandril interior). El material es cobre con  $\bar{\sigma} = 440\varepsilon^{0,3}$  N/mm<sup>2</sup>.
- a) ¿Cuál es la fuerza del proceso cuando el espesor final es  $t_2 = 7$  mm?
8. Calcular el coeficiente de anisotropía medio de una chapa de acero en el que se ha hallado que  $R_0=0.8$ ,  $R_{45}=1.5$ ,  $R_{90}=1.7$ . Calcular el diámetro máximo de chapa que se puede embutir para hacer un cuenco de 20 mm de diámetro interior. ¿Se formarán orejas?.



# Proceso de conformado por fundición

## 7.1. Introducción

El conformado de metales por fundición es uno de los más antiguos. Básicamente consiste en la colada de un metal fundido en un molde con la forma deseada. Actualmente hay una gran variedad de piezas metálicas en automoción y en maquinaria que son fundidas.

Las ventajas e inconvenientes de este tipo de procesos se resume en la siguiente tabla:

Ventajas	Inconvenientes
Ahorro energético global	Poca flexibilidad
Forma final de piezas complejas	Procedimientos artesanales
Rapidez (salvo solidificación)	Se deteriora la microestructura
Piezas de tamaño ilimitado	Poros, oxidación,...

El proceso de conformado por fusión tiene las etapas descritas en la Figura 7.1. La clasificación de los procesos de fundición se pueden clasificar de varios modos:

1. Según la fuente de energía usada en el horno para fundir el metal:
  - Combustión
  - Resistencia

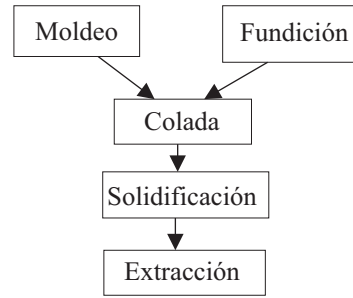


Figura 7.1: Proceso de conformado por fundición

- Inducción electromagnética
  - Arco eléctrico
2. Según el permanencia del molde y el modelo:
    - Permanente (coquilla)
    - No permanente
      - Modelo permanente (moldeo en arena, en cáscara)
      - Modelo no permanente (moldeo a la cera perdida)
  3. Según el vertido:
    - Gravedad
    - Baja presión (0.1 ÷ 2 MPa)
    - Alta presión (15 ÷ 80 MPa)
  4. Según el tiempo de solidificación:
    - Rápida
    - Lenta

## 7.2. Metal fundido

Cada metal puro tiene una temperatura característica en la que pasa de estado sólido a estado líquido, absorbiendo una cantidad de calor (entalpía de cambio de fase). Cuando el metal es una mezcla de metales puros con distinta temperatura de fusión, el cambio de fase no se produce en una determinada temperatura sino en un rango de temperaturas, salvo que la mezcla consista en unas proporciones determinadas que hacen que se comporte como un metal puro, a este punto se le llama eutéctico, y su punto de fusión está por debajo de la menor temperatura de fusión de los metales puros que componen la mezcla. Las aleaciones comerciales (salvo las

del hierro) suelen tener composición eutéctica por las ventajas que comporta. Casos típicos son la aleación de Aluminio ( $T_f=660^\circ\text{C}$ ) con Silicio al 12 % que funde a  $562^\circ\text{C}$ . Otros casos son el de la fundición de hierro con un 4 % de carbono, el bronce, el latón, el zamac, etc.

La fundición del metal se debe realizar en un recipiente (crisol) que debe tener consistencia suficiente a la temperatura máxima de fundición. Estos materiales suelen ser de naturaleza cerámica y se llaman refractarios. Estos materiales se clasifican según la reactividad que tienen con el metal fundido (caldo): son ácidos si son sensibles al contenido de azufre del caldo, o básicos si no lo son para el azufre pero sí para el carbono. Los refractarios ácidos suelen constar de sílice ( $\text{SiO}_2$ ) y óxidos de hierro, mientras que los básicos constan de óxidos de magnesio (magnesita) y suelen ser bastante más caros.

La chatarra se coloca en el crisol mezclada con una arenilla (fundente) que tiene diversas funciones durante la fundición:

- Limpia el metal fundido de impurezas, evitando que la pieza final tenga muchas inclusiones.
- Evita la oxidación del caldo pues forma una capa compacta (escoria) flotando sobre el caldo que aísla a éste del oxígeno y de otros gases.
- Ajuste de composición química del metal

Los fundentes también son susceptibles de reaccionar químicamente con el metal fundido y con el refractario de las paredes. Para evitar esta reactividad última el tipo de fundente (si ácido o básico) debe ser el mismo que el del refractario usado para construir el crisol.

Respecto a la temperatura del metal fundido, conviene que esté por encima de la temperatura de fusión para que no solidifique antes de tiempo durante la colada, pero no debe ser demasiado elevada pues podría dañar el molde y la absorción de gases (el  $\text{N}_2$ ,  $\text{H}_2$ , ...) aumenta con la temperatura, tendiendo a la efervescencia.

### 7.3. Tecnologías de moldeo

Moldeo en arena, en cáscara, en coquilla, a la cera perdida. Fundición en molde metálico a baja y a alta presión. Estas técnicas de moldeo vienen ilustrados en las figuras adjuntas.

### 7.4. Colada

El flujo del metal fundido por los bebederos y canales de distribución viene dado por las ecuaciones de la mecánica de fluidos. Para conocer la presión y la velocidad de flujo basta la ecuación de Bernoulli (7.1) y continuidad (7.2), pues las pérdidas son muy pequeñas. El régimen de flujo conviene que sea de turbulencia moderada, ya que con el régimen laminar el metal fundiría en las paredes de los

canales pudiendo obstruirlos, por ello el número de Reynolds (7.3 conviene que esté comprendido entre 2000 y 20.000.

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{cte} \quad (7.1)$$

$$Q = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad (7.2)$$

$$Re = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\eta} \quad (7.3)$$

## 7.5. Solidificación

Velocidad de solidificación (Ecuación de Chvorinov). El tiempo de solidificación depende del tamaño de la pieza y de la superficie que dispone para transmitir el calor. Cuanto mayor sea la pieza, más tiempo de solidificación requerirá. Chvorinov (7.4) estableció una relación que puede ser orientativa a la hora de hacer pruebas a pequeña escala.

$$t_s = C \left( \frac{\text{Volumen}}{\text{Superficie}} \right)^2 \quad (7.4)$$

Contracción. La contracción de la pieza se produce en la solidificación y en el enfriamiento hasta la extracción, por lo que los modelos suelen ser de mayor tamaño que el deseado para las piezas finales.

La contracción puede tener efectos no deseados como los rechupes y poros que son imperceptibles desde el exterior, pero que debilitan mucho la pieza. Para evitar estos defectos se procura que la solidificación sea direccional y siguiendo un frente conocido. Esto se consigue mediante pequeños depósitos que mantienen ciertas zonas calientes y alimentan de metal fundido la pieza mientras se está produciendo la solidificación. Estos depósitos suelen tomar la forma de rebosaderos o mazarotas.

## 7.6. Problemas de Fundición

1. Un aluminio puro es vertido en un molde de arena. El nivel del metal en la artesa está 20 cm por encima del final del canal de alimentación. (El aluminio tiene una densidad de  $\rho=2385 \text{ Kg/m}^3$ , y una viscosidad de  $\eta=0.0013 \text{ Pa s}$ .) Calcular:
  - a) Rango de valores en el que se debe encontrar el diámetro del canal de alimentación al final de su trayecto. ( $N^{\circ}$  de Reynolds  $Re=\frac{vD\rho}{\eta}$ )
  - b) Determinar el caudal máximo al inicio de la colada.

2. Estimar la fuerza de cierre para el proceso de fabricación de unos soldados de plomo por fundición a presión de 20 MPa. Cada soldado tiene un área proyectada de  $5.000 \text{ mm}^2$ . ¿Cuántos se podrían fabricar en una inyección si la fuerza del pistón es de 1 MN?





## Capítulo 8

---

# Problemas

### 8.1. Problemas de metrología

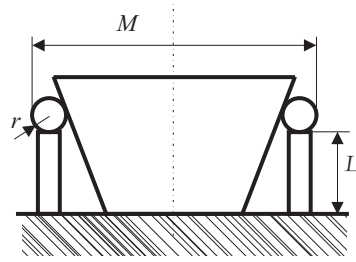
1. Un taller va a mecanizar el exterior de un eje cilíndrico con dimensiones especificadas  $50 \pm 0,025$  mm. En la fase de preparación se mecaniza una pieza y se comprueba un radio situando ésta sobre un mármol y aproximándole dos varillas calibradas por ambos lados, tomando la cota M entre las partes externas de los rodillos.

Los rodillos tienen un radio de 10 mm con incertidumbre de  $2 \mu\text{m}$  con  $K = 2$ , y el aparato de medida tiene una incertidumbre de  $3 \mu\text{m}$  con  $K = 2$ . La cota M da un valor de 83.858 mm.

Calcular el radio de la pieza fabricada e incertidumbre del procedimiento.

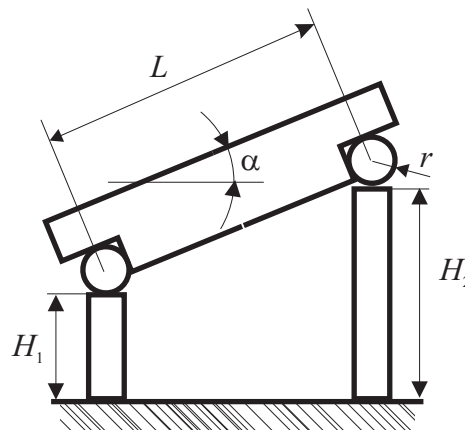
2. Calcular la conicidad del cono de la figura cuando  $M_1 = 100$ ,  $r = 8$ , y  $L_1 = 20$ . Si se toma otra medida con  $L_2 = 10$ , resulta que  $M_2 = 75$ . (Las unidades vienen en mm)

Si además se sabe que la incertidumbre de  $L$  es  $U_L = 0,006 + 0,001 \cdot L$  (con  $K_L = 2$ ), y que  $U_M = 0,02$  (con  $K_M = 2$ ). Determinar la incertidumbre de la medida de la conicidad para un  $K = 3$ .



3. Se pretende medir un ángulo mediante una regla de senos y bloques patrón, tal como se muestra en la figura. Los datos numéricos son los siguientes:  $L = 50$ ;  $r = 10$ ;  $H_1 = 20$ ;  $H_2 = 42$ . Las incertidumbres son:  $U_r = 0,01$ ;  $U_{H_1} = 0,005$ ; y  $U_{H_2} = 0,007$ , todas con  $K = 2$ . Calcular  $\alpha$  y su incertidumbre en grados sexagesimales.

Todas las magnitudes longitudinales vienen en mm



## 8.2. Problemas de mecanizado

- Una herramienta de torno con punta angular, donde  $\kappa_r = 60^\circ$  y  $f = 0,05$  mm/rev. ¿Cuál debe ser el ángulo de filo secundario para obtener una rugosidad media  $R_a = 3 \mu\text{m}$  bajo condiciones ideales?  
R:  $\kappa_r = 15,57^\circ$
- En una operación de torneado de un cilindro  $\phi 70 \times 300$  mm el avance es de 0.25 mm/rev y la velocidad de corte de 1 m/s. La fuerza de corte está limitada a 3 kN y la energía específica de corte del material es de 2000 MPa. Calcular:
  - El tiempo de realización de la operación.
  - La profundidad máxima de pasada.

R: 263.9 s; 6 mm

3. En una operación de taladrado con una broca de dos filos, la velocidad angular  $n_t = 300$  r.p.m., el avance es  $f = 0,2$  mm/rev, el ángulo de filo principal  $\kappa_r = 60^\circ$ , el diámetro de la broca es  $d_t = 12$  mm. Si la energía específica de corte del material que está cortando es  $p_s = 3000$  MPa.

Calcular:

- La tasa de arranque.
- El espesor de viruta no deformado.
- El par motor de la taladradora.

R: 113.1 mm<sup>3</sup>/s; 0.087 mm; 10.8 N·m

4. En una operación de cilindrado la vida de la herramienta obedece a la siguiente ecuación de Taylor  $t = v^{-3} f^{-0,8} a_p^{-0,1}$  estando  $v$ ,  $f$ , y  $a_p$  en unidades S.I.

Estimar el efecto en % sobre la vida de la herramienta, al duplicar la tasa de arranque incrementando:

- La velocidad.
- El avance.
- La profundidad de corte.

R: 87 %; 43 %; 7 %

5. En una operación de torneado, se reduce el diámetro de un cilindro  $\phi 40 \times 70$  a 35 mm. Primero mediante una pasada de desbaste hasta un diámetro de 36 mm y después mediante una pasada de acabado hasta el diámetro final. La herramienta tiene un radio de punta de 2 mm y el ángulo de posición de filo es  $\kappa_r = 75^\circ$ . La máquina tiene una potencia máxima de 5 kW. La energía específica de corte viene dada en función del espesor de viruta mediante la siguiente expresión:

$$p_s = 3000 \left[ \frac{0,4}{a_c} \right]^{0,29}$$

viniendo  $a_{cmax}$  en mm, y  $p_s$  en MPa

Determinar:

- El avance máximo en la pasada de desbaste si la velocidad de corte es de 70 m/min.

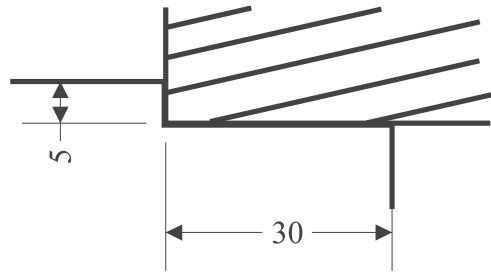


Figura 8.1: Fresado periférico

- b) El avance máximo en la pasada de acabado si la rugosidad superficial a conseguir es de  $R_a=5 \mu\text{m}$ .
6. Un redondo de 80 mm de diámetro se rebaja a en una pasada a 75 mm de diámetro a lo largo de una longitud de 150 mm. La energía específica de corte del material de trabajo es de 2000 MPa. El avance es de 0.25 mm/rev y la velocidad angular del husillo es de 300 rpm. Calcular:
- a) El tiempo de realización de la operación
- b) El par motor y la potencia necesaria para realizar dicha operación.
7. En una operación de escuadrado con fresa periférica (Figura 8.1), según el dibujo de la figura, la pieza tiene una longitud de 50 mm y una energía específica de corte  $p_s = 2000 \text{ MPa}$ . La fresadora tiene 10 dientes y un diámetro de 50 mm. Determinar el avance en mm/rev para que la rugosidad superficial sea  $R_t = 0,2 \mu\text{m}$ . Calcular en este caso el espesor máximo de viruta.
- R: 2 mm/rev; 0.12 mm
8. Con los datos del problema anterior y sabiendo que la potencia máxima de la máquina es de 3 kW y la velocidad de la fresa es de 100 r.p.m. Determinar el avance máximo en mm/rev y el tiempo de mecanizado.
- R: 6 mm/rev; 6.5 s
9. En un fresado periférico la fresa tiene 20 dientes y su diámetro es de 100 mm. La velocidad de rotación es de 5 rev/s, el avance 1.3 mm/s, la penetración 6 mm, y el ancho de la pieza de 50 mm. La relación entre el espesor máximo de viruta no deformado  $a_{cmax}$  y la energía específica de corte viene dado por:

$$p_s = 1,4 \left( 1 + \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{a_{cmax}} \right) \quad (8.1)$$

viniendo  $a_{cmax}$  en m, y  $p_s$  en GJ/m<sup>3</sup>.

Estimar:

- a) La tasa máxima de arranque.
  - b) La potencia mínima en kW requerida por la operación
10. En una operación de fresado periférico, la pieza de trabajo tiene un ancho de 75 mm, y una longitud de 200 mm, su espesor ha de rebajarse 5 mm en una pasada.
- a) ¿Qué velocidad de avance debe usarse si la potencia disponible para el corte es de 3 kW y la fuerza específica de corte es de 3.6 GJ/m<sup>3</sup>?
  - b) Si la fresa tiene 100 mm de diámetro, un solo diente y la rugosidad máxima superficial ideal es de 1.5 μm. ¿Cuál debe ser la velocidad de rotación mínima de la fresa?
  - c) ¿Cuál es la velocidad de corte?
  - d) ¿Y el tiempo de mecanizado?
11. En un fresado periférico la fresa tiene 20 dientes y su diámetro es de 200 mm. La velocidad de rotación es de 5 rev/s, el avance 1.3 mm/s, la penetración 6 mm, y el ancho de la pieza de 50 mm. La relación entre el espesor máximo de viruta no deformado  $a_{cmax}$  y la energía específica de corte viene dado por:

$$p_s = 1,4 \left( 1 + \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{a_{cmax}} \right) \quad (8.2)$$

viniendo  $a_{cmax}$  en m, y  $p_s$  en GJ/m<sup>3</sup>.

Estimar:

- a) La tasa máxima de arranque.
  - b) La potencia mínima en kW requerida por la operación
12. En una operación de fresado periférico, los siguientes datos: velocidad de rotación es de 2.5 rev/s, el avance 2 mm/s, la penetración 10 mm, el ancho de la pieza de 50 mm, la longitud de la pieza 150 mm, el diámetro de la fresa

40 mm, nº de dientes de la fresa 10. La relación entre el espesor máximo de viruta no deformado  $a_{cmax}$  y la energía específica de corte viene dado por:

$$p_s = 3000 \left[ \frac{0,4}{a_{med}} \right]^{0,29} \quad (8.3)$$

viniendo  $a_{cmax}$  en mm, y  $p_s$  en MPa

Estimar:

- a) La potencia requerida por la máquina si tiene un rendimiento del 80
- b) Tiempo de mecanizado

13. En una operación de fresado periférico, la pieza de trabajo tiene un ancho de 75 mm y una longitud de 200 mm, y se ha de rebajar su espesor 5 mm en una pasada. La fresa tiene 50 mm de diámetro y 3 dientes, la potencia nominal de la fresadora es de 3 kW y la energía específica de corte es de 3.6 GJ/m<sup>3</sup>.

Determinar:

- a) La máxima velocidad de avance.
- b) La velocidad angular de la rueda para que la rugosidad superficial teórica  $R_t$  sea inferior a 1.5  $\mu\text{m}$ .
- c) El tiempo de mecanizado de la pieza.

14. En una operación de fresado frontal, la profundidad de corte es 5 mm la velocidad de avance 0.67 mm/s, el ancho de la pieza 50 mm, y la fresa tiene 20 dientes con un diámetro de 800 mm. La velocidad de corte es de 1 m/s.

Calcular:

- a) Velocidad angular de la fresa
- b) Tasa de arranque máxima
- c) tiempo necesario para mecanizar 100 piezas de longitud 150 mm si el tiempo de carga y descarga es de 180 s.

### 8.3. Economía de mecanizado

1. En un planeado con limadora (Figura 8.2), se pretende rebajar un bloque de 100 × 100 × 40 a un espesor de 36 mm con un avance de 0.5 mm/pasada. La herramienta es de acero rápido con una ecuación de Taylor  $v \cdot t^{0,125} = 2,65$  ( $v$  y

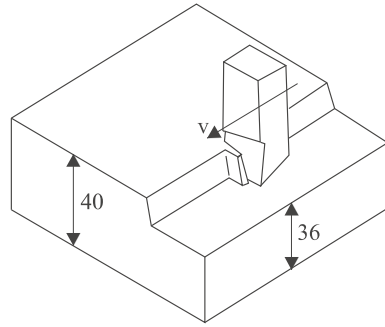


Figura 8.2: Limado

$t$  en unidades S.I.). Su coste es de 4000 ptas(incluidos reafilados), la máquina tiene una tasa horaria de 2300 ptas/hora. El tiempo de cambio de herramienta es de 200 s. El tiempo que tarda en reposicionar la herramienta después de cada pasada es 1.5 veces el tiempo de corte en una pasada ( $t_l$  depende de la velocidad de corte), y el tiempo de carga-descarga de pieza que son 100 s. Calcular el tiempo por pieza de máxima productividad, y el mínimo coste de cada pieza.

R:  $(t_{pr})_p = 147.56$  s;  $(C_{pr})_e = 90.87$  pts

2. En una operación de cilindrado de un lote de 1020 ejes  $\phi 76 \times 300$  mm con un avance  $f = 5,25$  mm/rev. La herramienta utilizada es un carburo con los siguientes parámetros de desgaste:  $n = 0,25$ ,  $v_r = 2$  m/s,  $t_r = 63$  s. La herramienta tiene un coste total de 208 pts por afilado. La tasa horaria de la máquina es de 6002 pts. El tiempo de cambio de herramienta es  $t_{ct} = 100$  s. El tiempo de cara y descarga de pieza es  $t_l = 120$  s. Calcular el tiempo mínimo de fabricación del lote en horas, y el coste mínimo del lote.

R: 65 h; 231.870 pts

3. En ensayos de vida de herramienta con plaquitas de carburo y una pieza de acero, la vida de la herramienta se encontraron que era de 18.6 ks a  $v = 1$  m/s y de 363 s a 2 m/s. El coste de la plaquita es de 800 ptas y tiene 4 filos. El tiempo de cambio de filo es de 19 s y el de recambio de herramienta es 30 s.
  - a) Para una tasa horaria de 6000 pts ¿Cuál es la vida de la herramienta de mínimo coste?
  - b) ¿Qué velocidad dará esta vida?
4. El tiempo de mecanizado en una operación particular de torneado es 200 s y la herramienta debe cambiarse cada 5 piezas. El tiempo no productivo es 310

s y el tiempo de cambio de herramienta es 152 s. La velocidad de corte es 2.5 m/s y la herramienta es del tipo de plaquita soldada de carburo cuyo coste por afilado es 500 pts. El exponente de Taylor es de 0.25

- a) ¿Cuánto debería cambiar la velocidad de corte para trabajar a coste mínimo? (Tasa horaria 3600 pts)
- b) ¿Cuánto se ahorrará por pieza trabajando a coste mínimo?

5. En una operación de fresado periférico, la fresa tiene 0 filos para planear una superficie de acero de 200 mm de longitud. El diámetro de la fresa es de 150 mm y es de acero rápido. El tiempo de cambio de cuchillas es de 5 min y la vida de la herramienta viene dada por  $vt^{0.125} = 2,61$  donde  $v$  y  $t$  vienen en unidades SI. La penetración es de 14 mm. La tasa horaria 4000 pts, donde las cuchillas cuestan 53.000 pts y 2.000 pts su reafilado. Las otras cuestan 20.000 y 2400 su reafilado. El nº de reafilados de todas la cuchillas es 20. El tiempo de carga y descarga es de 3 min.

- a) Estimar el coste mínimo de producción y su tiempo correspondiente cuando la velocidad de avance es de 1 mm/rev.
- b) Calcular los mismos datos si, mediante un utillaje especial, se reduce el tiempo de carga y descarga en 30 s.

6. En una operación con taladradora se pretenden realizar dos agujeros de 20 mm de profundidad y 5 mm de diámetro. El avance es de 0.1 mm/rev., la broca tiene 2 cuchillas de 1000 pts cada una. El tiempo de carga y descarga es de 30 s, el de cambio de herramienta es de 28 s, el tiempo de retroceso y reposicionamiento es de 6 s. La tasa horaria es de 1000 pts, y la ecuación de Taylor de cada cuchilla es  $v \cdot t^{0.25} = 2,65$  con expresiones en unidades S.I.

Determinar:

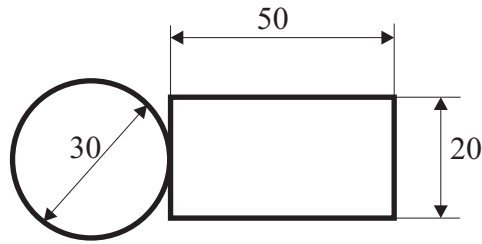
- a) El tiempo de fabricación promedio trabajando a coste mínimo.
- b) La velocidad angular que tendrá la broca trabajando en este régimen en r.p.m.

7. En una operación de fresado frontal de la pieza de la figura. El avance es de 0.2 mm/rev., la fresa tiene 7 cuchillas de 1070 pts cada una. El tiempo de carga y descarga es de 30 s, el de cambio de herramienta es de 20 s, La tasa horaria es de 5000 pts, y la ecuación de Taylor de cada cuchilla es  $v \cdot t^{0.05} = 2,01$  con expresiones en unidades S.I.

Determinar:

- a) El tiempo de fabricación promedio trabajando a coste mínimo.
- b) La velocidad angular que tendrá la fresa trabajando en este régimen.





8. Una máquina transfer de 1 estaciones tiene los siguientes parámetros:

Estación	L, m	$t_{ct}$ , s	$C_t$ , pps	M, pts/s
1	181	180	400	0,6
2	243	60	600	0,48
3	61	130	400	0,76
4	91	120	920	0,6
5	122	541	230	0,6

La herramienta sigue la ley  $vt^{0,120} = 1,99$  donde  $v$  y  $t$  vienen en unidades SI, y el tiempo de indexación es 52 s.

Calcular el coste mínimo por pieza y el tiempo en cada estación.

9. Una máquina transfer de 2 estaciones, tiene que producir la pieza de la figura 9.

En la primera estación se realiza el escuadrado con una fresa periférica de  $d_t = 150$  mm,  $N=8$  dientes y avance  $f = 1$  mm/rev. El tiempo de cambio de herramienta es de 180 s.

En la segunda estación se realiza el taladrado con una broca de  $d_t = 40$  mm, un ángulo de posición  $\kappa_r = 90^\circ$  y un avance de  $f = 0,1$  mm/rev. El tiempo de cambio de herramienta es de 120 s.

Todos los filos tienen la siguiente ecuación de Taylor  $vt^{0,129} = 1,6$  donde  $v$  y  $t$  vienen en unidades SI, y el tiempo de indexación es 12 s.

Calcular el tiempo mínimo promedio por pieza y la velocidad de rotación de la herramienta en cada estación para este régimen.

## 8.4. Problemas de deformación plástica

- Determinar la potencia necesaria para el accionamiento de una prensa hidráulica capaz de comprimir en caliente un tocho cilíndrico de acero de 530 mm de diámetro, desde una longitud inicial de 150 mm hasta una final de 80 mm.

Supóngase que:

- El comportamiento del material sigue una ley del tipo  $\bar{Y}=47$  N/mm<sup>2</sup>

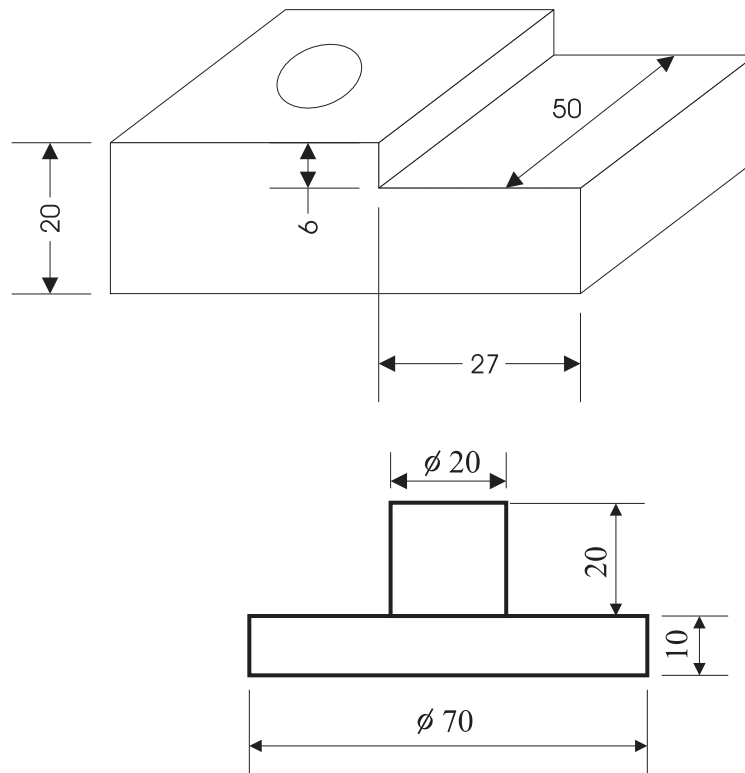


Figura 8.3: Extrusión directa

- El rendimiento global del sistema hidráulico-mecánico de la prensa es del 45 %
  - La velocidad relativa de acercamiento de las plataformas de la prensa es de 0.4 %
  - Los efectos de fricción y distorsión interna pueden introducir incrementos promedios de un 40 %
2. En la figura se muestra una pieza producida por una extrusión directa. Determinar la fuerza necesaria para producirla. El material es un acero cuya ley de deformación plástica es  $\sigma = 650\epsilon^{0,26}$  N/mm<sup>2</sup>.
  3. En un ensayo de tracción sobre una probeta cilíndrica de acero inoxidable de  $l_0 = 50,8$  mm y sección  $A_0 = 35,8$  mm<sup>2</sup> se ha obtenido los siguientes datos:

Carga (N)	$\Delta l$ (mm)
7208	0
11250	5.508
13500	2.03
16200	2.08
18900	10.16
20200	15.24
20700	21.8
13200	24.0

La sección de la zona fracturada era de  $A_{min} = 10,0 \text{ mm}^2$

Representar gráficamente la curva  $\sigma - \epsilon$ . Calcular las constantes del comportamiento exponencial.

4. Determinar la potencia necesaria para el accionamiento de una trefiladora capaz de disminuir un alambre desde un diámetro  $D_1 = 6 \text{ mm}$  a un diámetro  $D_2 = 2 \text{ mm}$  en una sola etapa, y con una productividad de  $5 \text{ m/s}$ .

Supóngase que:

- El comportamiento del material sigue una ley del tipo  $\sigma = 745\epsilon^{0,48} \text{ N/mm}^2$
- El rendimiento global del sistema mecánico de la máquina es del 70 %
- Los efectos de fricción y distorsión interna pueden introducir incrementos promedios de un 50 %

5. Un tubo con un diámetro exterior  $D_1 = 60 \text{ mm}$  y espesor  $t_1 = 10 \text{ mm}$  es reducido a un diámetro  $D_2 = 50 \text{ mm}$  en un proceso de trefilado simple (aunque con un mandril interior). El material es cobre con  $\bar{\sigma} = 440\epsilon^{0,3} \text{ N/mm}^2$ .

a) ¿Cuál es la fuerza del proceso cuando el espesor final es  $t_2 = 7 \text{ mm}$ ?

6. Se pretende realizar el estiramiento de un cilindro de  $\phi 20 \times 50 \text{ mm}$  hasta una longitud de  $70 \text{ mm}$ . El material sigue una ley de comportamiento plástico  $\sigma = 650\epsilon^{0,22} \text{ N/mm}^3$ .

a) ¿Cuál es la energía de deformación del proceso?

b) ¿Cuál es la fuerza máxima que se alcanza durante el proceso?.

## 8.5. Fundición

1. Un aluminio puro es vertido en un molde de arena. El nivel del metal en la artesa está  $20 \text{ cm}$  por encima del final del canal de alimentación. (El aluminio tiene una densidad de  $\rho = 2385 \text{ Kg/m}^3$ , y una viscosidad de  $\eta = 0.0013 \text{ Pa s}$ .) Calcular:

- a) Rango de valores en el que se debe encontrar el diámetro del canal de alimentación al final de su trayecto. (Nº de Reynolds  $Re = \frac{vD\rho}{\eta}$ )
- b) Determinar el caudal máximo al inicio de la colada.

## Capítulo 9

---

### Cuestiones de examen

1. ¿En qué consiste el principio de generación de superficies unidimensional?. Cita dos casos en deformación plástica.
2. Clasificación de los procesos básicos según el flujo de energía.
3. Define la *trazabilidad* de una medida de precisión.
4. Define la *sensibilidad* de un instrumento de medida.
5. Diferencia entre repetitibilidad y reproducibilidad de un procedimiento de medida.
6. ¿Cuál es el intervalo de seguridad y el nivel de confianza de una medida?
7. Indica la cadena de diseminación de unidades desde el patrón nacional hasta los instrumentos de medida de taller.
8. Relación que suele existir entre la tolerancia de diseño y la incertidumbre del instrumento de medida en una medida de precisión.
9. Relación conveniente que debe existir entre incertidumbre del instrumento de medida y la tolerancia de la cota a comprobar.
10. Indica la relación conveniente entre incertidumbre y división de escala de un instrumento de medida.
11. ¿Cómo depende en la incertidumbre de una medida la incertidumbre del patrón con que se ha calibrado el instrumento.
12. ¿En qué consiste un diagrama de niveles de instrumentos de medida?

13. ¿Qué parámetros se utilizan con más frecuencia para cuantificar la calidad de acabado superficial?
14. ¿Cómo se mide la rugosidad superficial media  $R_a$  a partir del perfil dado por el rugosímetro?
15. Describe el proceso de moldeo en cáscara.
16. Indica la regla de Chorinov relativa al tiempo de solidificación de metales.
17. ¿De qué depende la disolución de gases en un metal fundido? ¿Qué tipo de defectos producen?
18. Describe el proceso de moldeo en cáscara.
19. ¿Qué es una mazarota? ¿Para qué sirve?
20. Indica brevemente cómo se construye un molde para fundición en arena.
21. Describe el proceso de fundición en cámara caliente con cuello de cisne.
22. ¿En qué consiste la soldadura por autógena?
23. Explicar el fenómeno termoiónico en el establecimiento del arco.
24. Soldadura por puntos. ¿Qué parámetros se usan para ajustar el proceso?
25. Cuándo se usan electrodos básicos en soldadura con electrodo revestido.
26. Diferencia entre soldadura fuerte y soldadura blanda. Cita, para cada tipo, dos metales que se usan como material de aportación.
27. Realiza un esquema de funcionamiento de la soldadura MIG. ¿Qué ventaja presenta frente a otros tipos de soldadura?
28. Reacción química en la que se basa la aluminotermia
29. Tipos de llama en soldadura oxiacetilénica.
30. Reacción química principal en la soldadura autógena con acetileno. ¿Cuándo se usa llama oxidante?
31. ¿Cuándo conviene usar la soldadura en arco sumergidos(SAW)?
32. Ilustra con un esquema el funcionamiento de la soldadura TIG. ¿Qué ventajas presenta frente a otros métodos?
33. ¿Cómo afecta la temperatura a la deformación plástica de metales?
34. Deduce dónde se encontraría el punto de inestabilidad en un proceso de estirado cuando la curva tensión-deformación sigue la ley  $\sigma = C\varepsilon^n$ .

35. Relación entre tensión real y tensión nominal en un ensayo de tracción.
36. Define el coeficiente de anisotropía plano de una chapa metálica. ¿Como influye este parámetro en el proceso de embutición?
37. ¿Cómo influye la velocidad de deformación en procesos de deformación plástica en caliente?
38. ¿Qué dificultades presenta el aluminio para el doblado frente al acero?
39. Deduce las expresiones de las deformaciones y tensiones reales a partir de las deformaciones y tensiones nominales dados en el ensayo de tracción.
40. ¿Qué factores influyen en la relación límite de embutición (LDR)?